

Méthode de Baade-Wesselink appliquée à 7 RR Lyrae du champ

David CARRILLO

Travail de diplôme sous la direction de G. Burki

6 juillet 1993

Table des matières

1	Introduction	3
2	Méthode de Baade-Wesselink	7
2.1	Théorie	7
2.2	Mesures de la vitesse radiale et mesures photométriques	9
2.2.1	Appareils de mesure	9
2.2.2	Ajustement des courbes	10
2.2.3	Interprétation des courbes	19
2.3	Détermination de la température effective, de la gravité de surface et de la correction bolométrique à partir des modèles de Kurucz	20
2.4	Validité de l'approximation quasi statique (QSA)	22
2.5	Calibration de la grille de Kurucz	24
2.6	Position des RR Lyrae dans les grilles de Kurucz	31
2.7	Application	33
3	Résultats et discussions	63
3.1	Premiers résultats	63
3.2	Discussion des erreurs	65
3.2.1	Onde de choc	65
3.2.2	Les turbulences	66
3.2.3	Gradient de vitesse dans l'atmosphère	67
3.2.4	Sensibilité des filtres	67
3.2.5	Variation de l'opacité.	68
3.2.6	Facteur de conversion β	68

3.2.7 Estimation de la métallicité	70
3.3 Estimation des erreurs	75
4 Conclusion	85
5 Références	87

Chapitre 1

Introduction

Dans la recherche constante d'une détermination correcte de la distance et de la luminosité des étoiles, la méthode de Baade-Wesselink est une de celles qui permettent de satisfaire ces déterminations. Il n'existe pas une, mais plusieurs méthodes de Baade-Wesselink, s'appuyant cependant sur une même base. Toutes utilisent l'information des courbes photométriques et de la courbe de vitesse radiale d'étoiles pulsantes. La méthode de Baade-Wesselink constitue donc une calibration primaire des distances. Son application s'effectue par excellence sur des types d'étoiles comme les Céphéides ou les RR Lyrae.

Dans notre cas, l'analyse est effectuée sur des RR Lyrae. Ce sont des étoiles géantes de types spectraux compris entre B8 et F2 et pulsant selon des périodes beaucoup plus courtes que les Céphéides. Leurs courbes de lumière apparaissent très semblables à celles des Céphéides mais avec une période inférieure à 1 jour. Les RR Lyrae sont considérées comme de bons indicateurs de distance parce qu'elles sont nombreuses, facilement identifiables et relativement lumineuses ($L \sim 50L_{\odot}$).

Par ailleurs, les RR Lyrae occupent une position très caractéristique dans le diagramme HR. Elles sont situées sur la branche horizontale et dans la bande d'instabilité contenant les étoiles variables pulsantes (figure 1.1). Cela implique alors que les RR Lyrae d'un amas globulaire ont des magnitudes absolues semblables, ce qui donne tout l'intérêt à ce type d'étoile comme indicateur de distance. Ce fait constitue également un test pour la méthode de Baade-Wesselink optée dans le cadre de ce diplôme.

La connaissance de la magnitude absolue moyenne $\langle M_V \rangle_{RR}$ des RR Lyrae peut être utilisée dans la détermination de la distance du centre galactique au travers de l'étude de leur nombre en fonction de la magnitude dans la direction des fenêtres de Baade. On peut aussi établir la distance du centroïde de la distribution des étoiles dans un amas globulaire. La détermination de la distance des amas globulaires est également un élément critique pour estimer leur âge via la luminosité des étoiles au turnoff de la séquence principale. En outre, des RR Lyrae ont été identifiées dans les nuages de Magellan et, avec les techniques spatiales, certaines pourraient être identifiées dans d'autres galaxies. La magnitude absolue intégrée de ces amas globulaires déduite de $\langle M_V \rangle_{RR}$ permet de connaître la distance des galaxies.

Nul doute que la détermination de la magnitude absolue des RR Lyrae mérite une attention

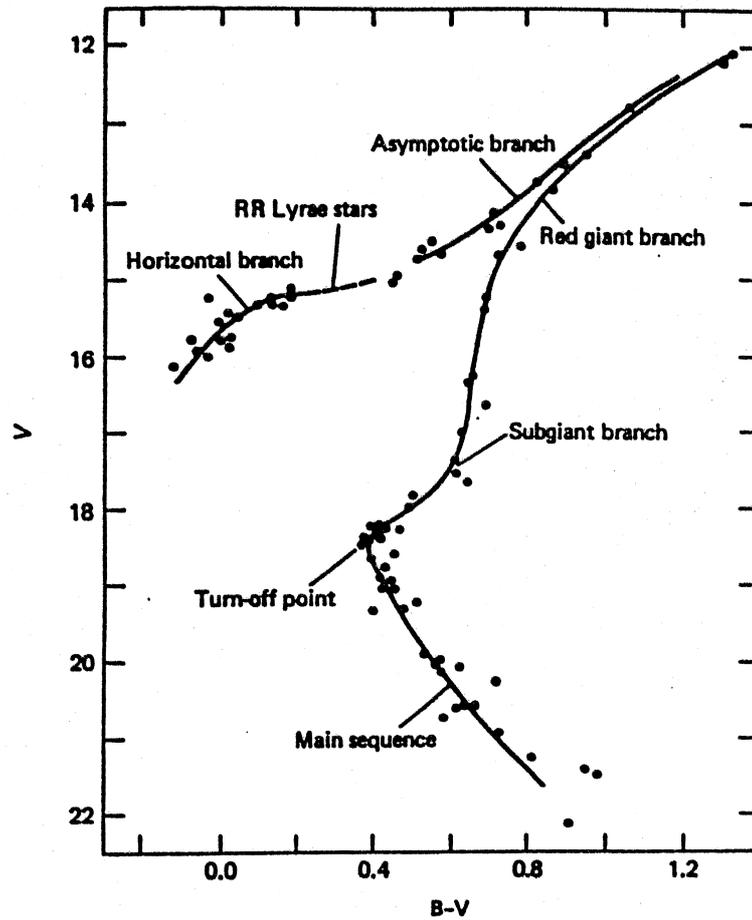


Figure 1.1: Diagramme HR. Indice de couleur ($B - V$) en abscisse et magnitude visuelle V en ordonnée. La figure présente la répartition dans ce diagramme de l'amas globulaire de faible métallicité M92. Les positions de la séquence principale (main sequence), du point de décrochement (turn-off point), des sous-géantes, des géantes rouges, de la branche asymptotique, de la branche horizontale et de la zone des variables RR Lyrae (en traitillés) sont indiquées sur la figure. (figure tirée de Iben (1972))

particulière. Cela est d'autant plus vrai que la conclusion de certains travaux montre que toutes les RR Lyrae n'ont pas la même magnitude $\langle M_V \rangle_{RR}$. Notamment, plusieurs chercheurs aboutissent à une corrélation, linéaire en première approximation, entre la métallicité et la magnitude visuelle absolue. Cependant, la pente de la relation varie d'une recherche à l'autre de sorte que l'on n'est pas encore sûr que la magnitude est corrélée à la métallicité.

Pour notre part, nous testerons donc la méthode de Baade-Wesselink en déterminant la magnitude absolue de 7 RR Lyrae du champ que sont BH Peg, DX Del, RR Cet, RX Eri, SS Leo, UU Vir, X Ari et en comparant avec les déterminations faites par d'autres chercheurs. Nous essaierons par la même occasion de contribuer à la recherche d'une corrélation entre la magnitude visuelle et la métallicité. La méthode de Baade-Wesselink utilisée dans le cadre de ce diplôme est la méthode développée par Burki et Meylan (1986a). Elle permet d'obtenir directement le rayon et la distance de l'étoile. Le schéma en figure 1.2 montre la part prise sur les observations et la théorie.

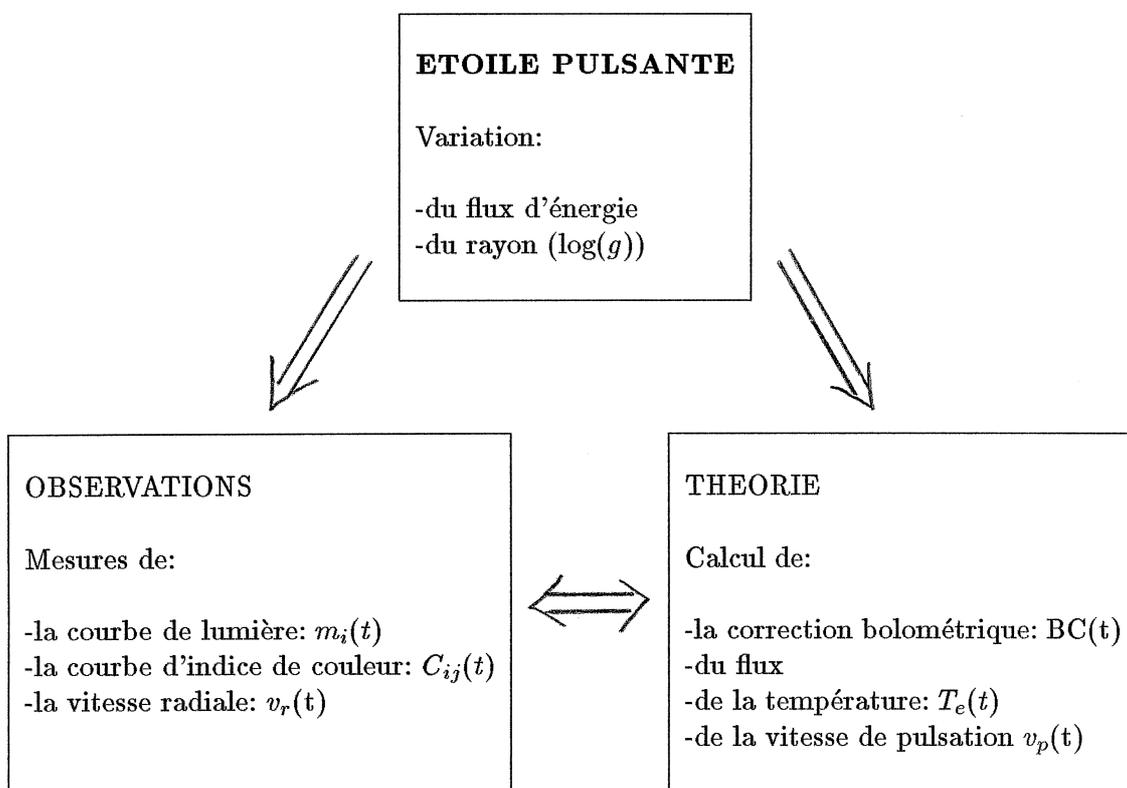


Figure 1.2: Part prise entre observations et théorie dans la méthode de Baade-Wesselink

Plus précisément, la méthode de Burki et Meylan se base sur la détermination des courbes de correction bolométrique, de température effective et de vitesse de pulsation de l'étoile, à partir de l'observation de la courbe de lumière, de la courbe d'indice de couleur et de la courbe de vitesse radiale, via des modèles d'atmosphère stellaire (Kurucz). Mais la technique, bien qu'étant simple, reste crucialement liée à l'exactitude du passage entre la partie théorique et la partie observationnelle. Nous essaierons alors d'estimer les effets de ce passage.

Remarque: Parmi les 7 RR Lyrae à étudier, RR Cet est celle qui a été la plus mesurée. C'est la première étoile qui a été analysée, car on pouvait en attendre les résultats les meilleurs. Les 6 autres étoiles ont ensuite été traitées en fonction des résultats obtenus avec cet exemple privilégié.

Chapitre 2

Méthode de Baade-Wesselink

2.1 Théorie

Soit F l'intégrale du flux d'énergie radiée à la surface de l'étoile sur toutes les fréquences ν

$$F = \int_0^{\infty} F_{\nu} d\nu \quad (2.1)$$

La luminosité L est reliée au flux et au rayon photosphérique R_p de l'étoile par

$$L = 4\pi R_p^2 F \quad (2.2)$$

En utilisant la relation

$$F = \sigma T_e^4 \quad (2.3)$$

comme définition de la température effective T_e , on peut écrire

$$L = 4\pi R_p^2 \sigma T_e^4 \quad (2.4)$$

De là, on tire la magnitude bolométrique absolue par l'expression $M_{bol} = -2.5 \log(L) + c_1$:

$$M_{bol} = -5 \log(R_p) - 10 \log(T_e) + c_2 \quad (2.5)$$

où c est une constante de calibration qui tient compte des unités.

En utilisant la définition de la correction bolométrique, $BC = M_{bol} - M_V$, M_V étant la magnitude visuelle absolue, une substitution dans (2.5) apporte l'expression suivante:

$$M_V = -5 \log(R_p) - 10 \log(T_e) - BC + c_2 \quad (2.6)$$

Finalement, en substituant M_V dans (2.6) par

$$M_V = -5 \log(D) + 5 + V - A_V \quad (2.7)$$

où D est la distance de l'étoile, V la magnitude apparente visuelle et A_V l'extinction interstellaire, on obtient

$$\log\left(\frac{R_p}{R_{\odot}}\right) = -2 \log T_e - 0.2(V + BC) + \log(D) + 0.2A_V + c_3 \quad (2.8)$$

En décidant de mesurer la distance D en pc, la constante c_3 vaut 7.473.

En exprimant R_p en unité solaire, on a pour chaque mesure i

$$R_{p_i} = \exp_{10}[-2\log(T_{ei}) - 0.2(V_i + BC_i)] \exp_{10}[\log(D) + 0.2A_V + 7.473] \quad (2.9)$$

Selon Burki et Meylan (1986a), en faisant les identifications suivantes

$$\Delta R_{p_i} = R_{p_i} - R_{p_0} \quad (2.10)$$

$$X_i = \exp_{10}[-2\log(T_{ei}) - 0.2(V_i + BC_i)] \quad (2.11)$$

$$B^{-1} = \exp_{10}[\log(D) + 0.2A_V + 7.473] \quad (2.12)$$

$$A = R_{p_0} B \quad (2.13)$$

on obtient la relation linéaire

$$X_i = B \Delta R_{p_i} + A \quad (2.14)$$

La pente B est constante pour une étoile donnée. ΔR_{p_i} et X_i varient le long du cycle de pulsation. Le rayon R_{p_0} et la distance D sont déduits à partir des quantités A et B , lesquelles sont obtenues à partir de la relation (2.14) par moindres carrés, sous les conditions suivantes:

1. La température effective et la correction bolométrique peuvent être déterminées à partir des mesures photométriques.
2. La courbe de vitesse radiale permet de calculer ΔR .
3. L'extinction interstellaire est connue.

Pour satisfaire à la première condition, on se propose d'utiliser des modèles d'atmosphère stellaire statique à travers lesquelles la température effective et la correction bolométrique sont reliées directement aux mesures photométriques. La détermination de ces paramètres se fait donc par une approximation quasi-statique d'atmosphères stellaires (en anglais "Quasi Static Approximation" (QSA)). Les modèles que l'on appliquera dans le cadre de ce travail de diplôme sont ceux de Kurucz.

Pour satisfaire à la deuxième condition, on relie la courbe de vitesse radiale $v_r(t)$ de l'étoile à sa vitesse de pulsation v_p qui est la vitesse de la surface de l'étoile par rapport au centre de l'astre:

$$v_p = -\beta(v_r(t) - \bar{v}_r) = \dot{R}_p(t) \quad (2.15)$$

β est un facteur de conversion dont on fait l'hypothèse qu'il est indépendant du cycle de l'étoile.

En intégrant cette équation, on a

$$\Delta R_s(t) = R_s(t) - R_{s0} = \int \dot{R}_s(t) dt \quad (2.16)$$

R_s est, en toute rigueur, le rayon spectroscopique de l'étoile. On fait alors l'hypothèse que le rayon photométrique et spectroscopique sont égaux:

$$R_p(t) = R_s(t)$$

La troisième condition est satisfaite si on a une mesure de l'excès de couleur $E[B-V]$ de l'étoile. On utilise alors la formule de l'extinction interstellaire A_V

$$A_V = 2.74E[B - V] \quad (2.17)$$

où $E[B-V]$ est l'excès de couleur dans le système photométrique de Genève.

Ainsi donc le rayon R_0 et la distance D de l'étoile sont déterminés:

$$R_0 = \frac{A}{B} \quad (2.18)$$

$$\log(D) = \log\left(\frac{1}{B}\right) - 0.2A_V - 7.473 \quad (2.19)$$

Une régression de X sur ΔR donne pour expression de A et B :

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{N_m} \Delta R_i \sum_{i=1}^{N_m} X_i - N_m \sum_{i=1}^{N_m} \Delta R_i X_i}{(\sum_{i=1}^{N_m} \Delta R_i)^2 - N \sum_{i=1}^{N_m} \Delta R_i^2} \quad (2.20)$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{N_m} X_i - B \sum_{i=1}^{N_m} \Delta R_i}{N_m} \quad (2.21)$$

où N_m est le nombre de mesures.

L'erreur de ces deux paramètres se détermine par (Bevington, 1969):

$$\sigma_{AB} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_m} (X_i - B\Delta R_i - A)^2}{N_m}} \quad (2.22)$$

$$\Delta B = \frac{\sigma_{AB}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{N_m} (\Delta R_i - \frac{\sum_{i=1}^{N_m} \Delta R_i}{N_m}))^2}} \quad (2.23)$$

$$\Delta A = \frac{\sigma_{AB}}{\sqrt{N_m}} \quad (2.24)$$

2.2 Mesures de la vitesse radiale et mesures photométriques

2.2.1 Appareils de mesure

Les mesures de vitesse radiale ont été faites à l'aide du spectromètre CORAVEL à partir du télescope suisse de 100 cm. à l'Observatoire de Haute-Provence (France). Les mesures photométriques ont été faites dans le système de Genève à partir du télescope suisse de 70 cm. à La Silla (ESO) au Chili.

Pour avoir une idée de la précision de CORAVEL, remarquons qu'il a permis de faire des mesures de vitesse radiale d'étoiles RR Lyrae de magnitude 10 dans un temps d'intégration inférieur à 5 minutes. La condition d'une telle précision est nécessaire pour avoir une description correcte de la phase correspondant au rayon minimum de l'étoile autour de laquelle la variation de la vitesse radiale est de l'ordre de 1 km/s par minute. Par ailleurs, la précision des mesures photométriques sur ces mêmes étoiles est meilleure que 1 %.

2.2.2 Ajustement des courbes

On ajuste aux mesures de vitesse radiale et aux mesures photométriques une courbe $f(t)$ (un fit) par moindres carrés. Compte tenu du caractère périodique des RR Lyrae, la courbe qu'on décide d'ajuster est harmonique:

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{N_k} A_k \cos[2\pi k\nu(t - t_0) + \psi_k] \quad (2.25)$$

ν est la fréquence de pulsation supposée connue de l'étoile, $\nu = \frac{1}{P}$

t est le temps

A ce stade, il est préférable de mettre en phase les mesures, ce qui permet de "concentrer" l'information sur un intervalle temporel plus restreint. La phase $\phi(t)$ est définie comme

$$\phi(t) = \frac{t \bmod(P)}{P}$$

où $\bmod()$ est l'opération modulo.

Les courbes qu'on ajuste dans ce cas est une fonction de la phase de même forme que (2.25) définie sur le domaine $0 \leq \phi < 1$.

Plus le nombre d'harmoniques N_k est élevé, plus l'écart-type résiduel (c'est-à-dire l'écart-type des écarts entre les mesures et la courbe ajustée) est petit. Pratiquement, cependant, à partir d'un certain nombre d'harmoniques, la courbe que l'on ajuste présente des oscillations notables dans les intervalles de phase où peu de mesures ont été faites ou dans lesquels les mesures sont très dispersées. Un compromis doit être fait pour avoir en même temps un écart-type résiduel et des oscillations assez petits.

Il existe une méthode mathématique qui permet d'amortir les oscillations. Les coefficients de Fourier de l'équation (2.25) peuvent être modifiés dans ce sens par la méthode de Lanczos (Arfken, 1970) sans modifier les propriétés des séries de Fourier.

En général, on ne trouve pas d'ajustements satisfaisants uniquement par cette méthode. Si la courbe ajuste bien les mesures dans un intervalle de phase, elle n'est par contre pas satisfaisante en dehors de cet intervalle. C'est la raison pour laquelle on applique une deuxième méthode.

On cherche à ajuster les mesures, pour un intervalle de phase donné, avec un petit nombre d'harmoniques. Cela peut se faire en appliquant ou en n'appliquant pas les coefficients de Lanczos. Puis on remplace les mesures dans cet intervalle par des points de la courbe harmonique. Il ne reste plus qu'à faire un fit général de l'ensemble des points incluant les nouveaux. Cette manœuvre a pour but de contraindre la courbe à passer le plus justement possible par un ensemble de points sans faire d'oscillations.

Le fit est fait à partir d'un programme Fortran qui permet d'obtenir les coefficients A_i et le déphasage ψ_i de la fonction (2.25). Les 2 méthodes précédemment décrites sont fréquemment utilisées. Ainsi donc, comme l'écart-type résiduel ne peut pas être considéré comme un critère suffisant du fit, à cause des problèmes d'oscillations, le fit est jugé visuellement par la superposition graphique des mesures et de la courbe ajustée. Par conséquent, tout en restant dans des contraintes mathématiques, l'optimisation du fit reste à l'appréciation de celui qui l'applique.

La figure 2.1 reproduit les mesures faites sur RR Cet, avec leur fit, de la vitesse radiale, de la magnitude V ainsi que de l'indice de couleur $[B_2 - V_1]$ et du paramètre d (pour la définition et l'utilité de d , voir paragraphe 2.3). L'origine du temps a été choisie dans l'intervalle temporel des mesures de telle manière que la phase $\phi = 0$ représente la phase de plus grande luminosité dans le filtre V .

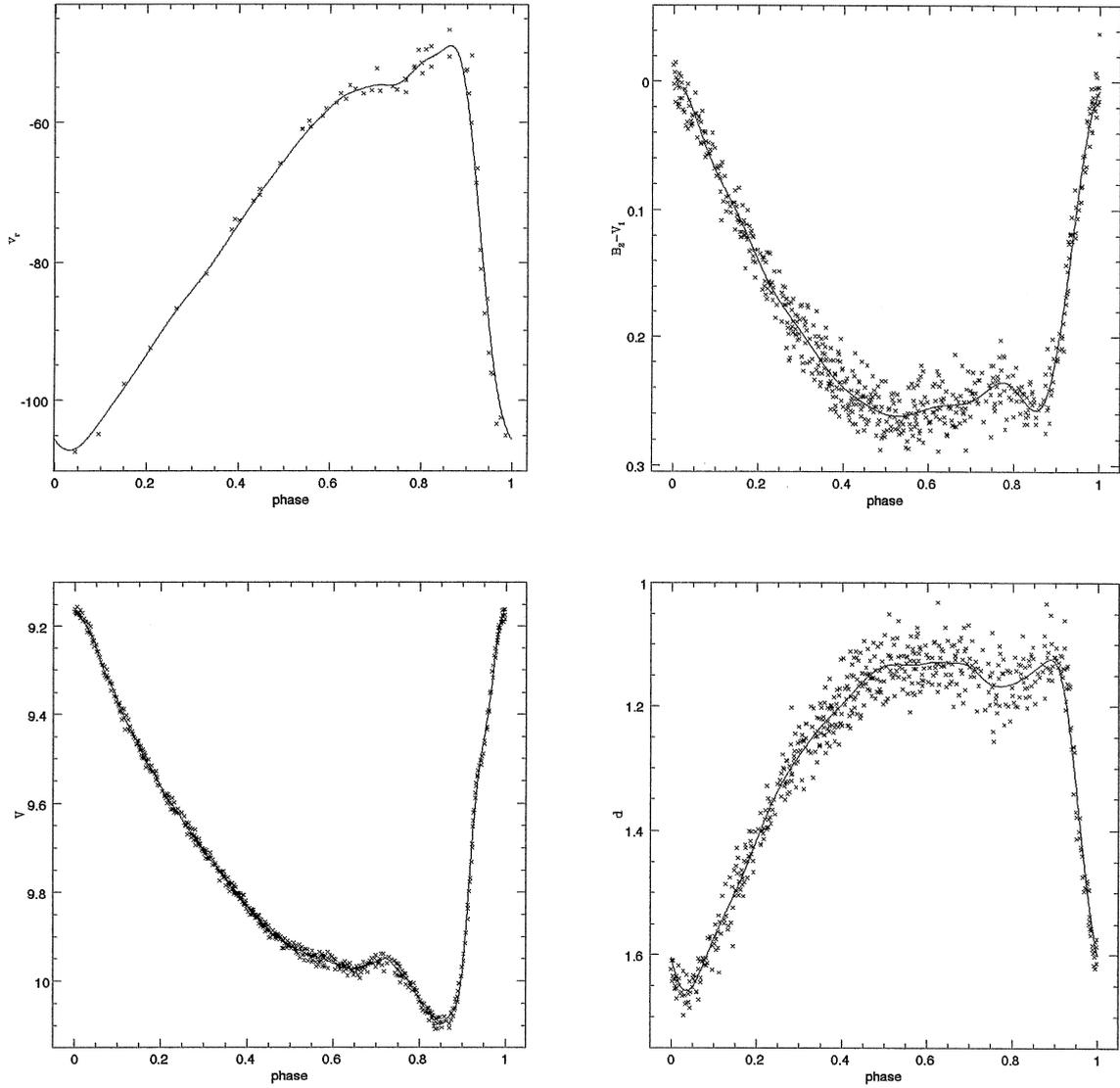


Figure 2.1: Mesures de RR Cet en vitesse radiale, magnitude V , indice de couleur $[B_2 - V_1]$ et paramètre d et leur fit en fonction de la phase

On constate que la courbe de magnitude V est bien définie par les mesures et qu'elle ne présente pas de problèmes d'oscillations. Par contre, ceux-ci apparaissent si on n'applique pas les méthodes précédemment décrites, pour la vitesse radiale et pour les indices de couleur. Plus

précisément, des oscillations ont tendance à apparaître entre les mesures trop espacées de la vitesse radiale et, en ce qui concerne la courbe d'indice de couleur $[B_2 - V_1]$ et la courbe de paramètre d , dans l'intervalle de phase $0.4 \leq \phi \leq 0.9$ où les mesures ont une grande dispersion.

L'apparition des oscillations dans un fit mène à la question de sa signification. L'oscillation est-elle purement mathématique ou bien a-t-elle une signification physique? Pour certaines d'entre elles, elles ont une évidence mathématique, ce qui est le cas pour la vitesse radiale, mais pas en ce qui concerne les indices de couleur où l'intervalle $0.4 \leq \phi \leq 0.9$ présente cette ambiguïté. En outre, l'application des coefficients de Lanczos a pour problème de les amortir toutes, incluse la courbe physique elle-même: le fit a tendance à passer respectivement légèrement en-dessous et au-dessus du maximum et du minimum de la courbe correcte.

Le tableau 2.1 présente pour chaque RR Lyrae la période provenant de la littérature. On y figure également des résultats du fit en vitesse radiale et magnitude V , à savoir, la moyenne et l'écart-type des courbes.

Etoile	P[jours]	N_{v_r}	$\langle v_r \rangle$	σ_{v_r}	N_V	$\langle V \rangle$	σ_V	Figure
BH Peg	0.64100	81	-268.0	3.3	169	10.456	0.010	2.2
DX Del	0.4726167	48	-54.8	1.9	423	9.949	0.006	2.3
RR Cet	0.5530253	60	-74.9	1.9	606	9.745	0.006	2.1
RX Eri	0.5872462	81	67.9	1.5	239	9.704	0.008	2.4
SS Leo	0.62634289	63	161.0	1.1	227	11.098	0.007	2.5
UU Vir	0.4756060	80	-7.3	1.9	192	10.618	0.008	2.6
X Ari	0.6511390	102	-36.9	0.8	194	9.587	0.012	2.7

Table 2.1: Période, vitesse moyenne $\langle V_r \rangle$ et son incertitude σ_{V_r} , magnitude visuelle moyenne $\langle V \rangle$ et son incertitude σ_V pour les RR Lyrae étudiées.

Remarque 1: Toutes les mesures photométriques sont de Genève. Ce n'est pas le cas pour la vitesse radiale. De par sa très faible métallicité, X Ari est une étoile à la limite des possibilités de mesures de CORAVEL. Par conséquent, pour avoir une courbe de vitesse radiale de meilleure qualité, on a, en remplacement, puisé dans la littérature les données de Jones et al. (1987). SS Leo, présentant aussi un problème de définition de la courbe de vitesse radiale, on a également utilisé des données de Fernley et al. (1990).

Remarque 2: A chaque courbe de vitesse radiale $v_r(t)$ est rattachée la courbe de vitesse de pulsation $v_p(t)$ au travers de l'équation (2.15). Pour toutes les mesures CORAVEL, β est le même. A cause du fait que les données de SS Leo et X Ari ont été prises chez d'autres auteurs, on considère alors les valeurs β (table 2.2) données par ces mêmes auteurs. La justification de ces valeurs est donnée au paragraphe 3.2.6.

Remarque 3: A chaque mesure photométrique (de Genève) est attachée, pour la magnitude V et pour l'ensemble des indices de couleur, un poids p , $0 \leq p \leq 4$ (Rufener, 1988). La valeur 4 correspond à une très bonne mesure et 0 à une mesure avec un fort risque d'erreur. Les fits appliqués dans le cadre de ce diplôme n'ont pas tenu compte de cette pondération. On aura cependant éliminé toutes les mesures avec $p \leq 1$.

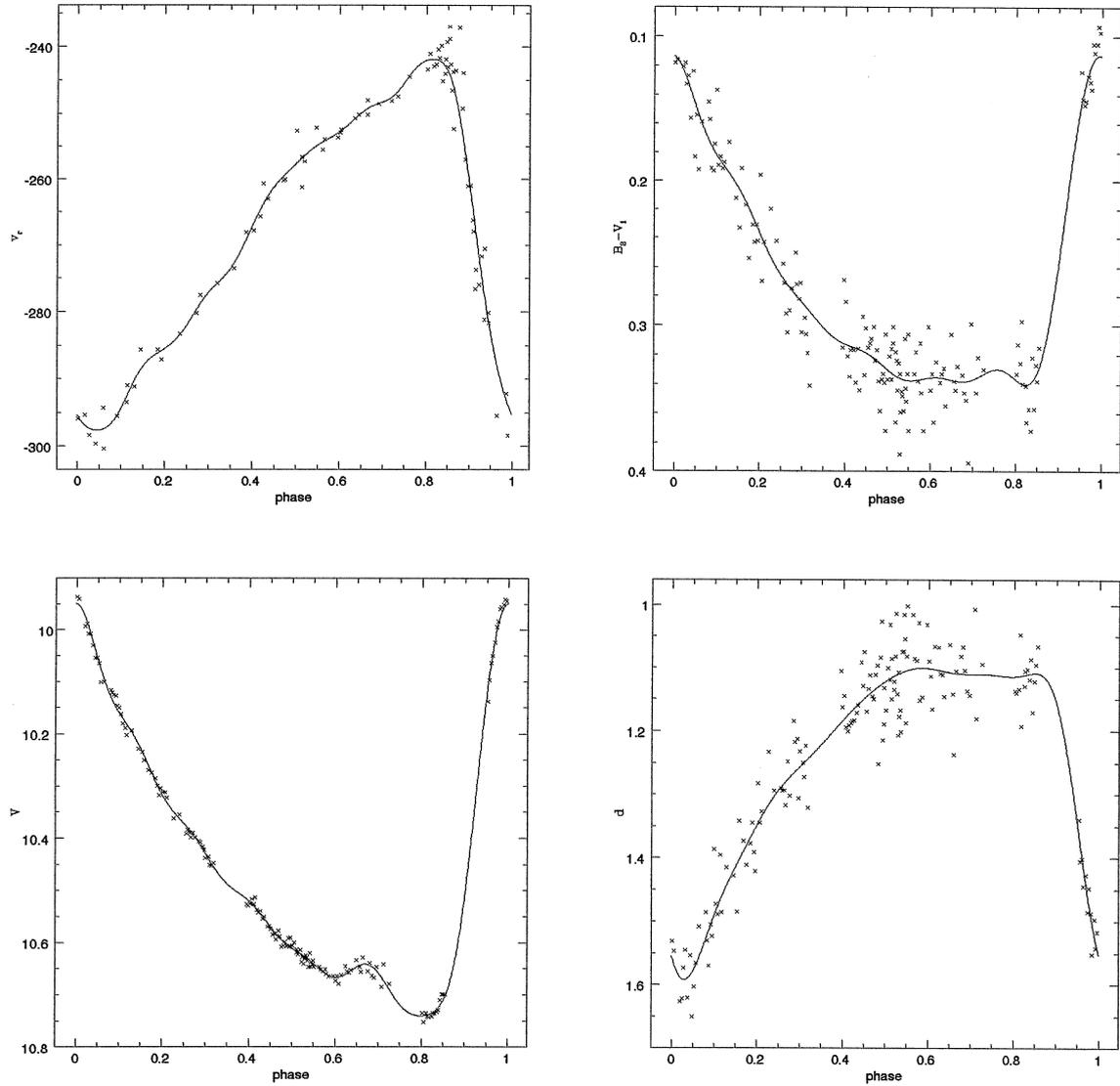


Figure 2.2: Mesures de BH Peg en vitesse radiale, magnitude V , indice de couleur $[B_2 - V_1]$ et paramètre d et leur fit en fonction de la phase

$\beta = 1.36$	BH Peg, DX Del, RR Cet, RX Eri, UU Vir
$\beta = 1.33$	SS Leo (FSJBKH, 1990)
$\beta = 1.30$	X Ari (JCLK, 1987)

Table 2.2: Facteur de conversion β adopté pour les 7 RR Lyrae

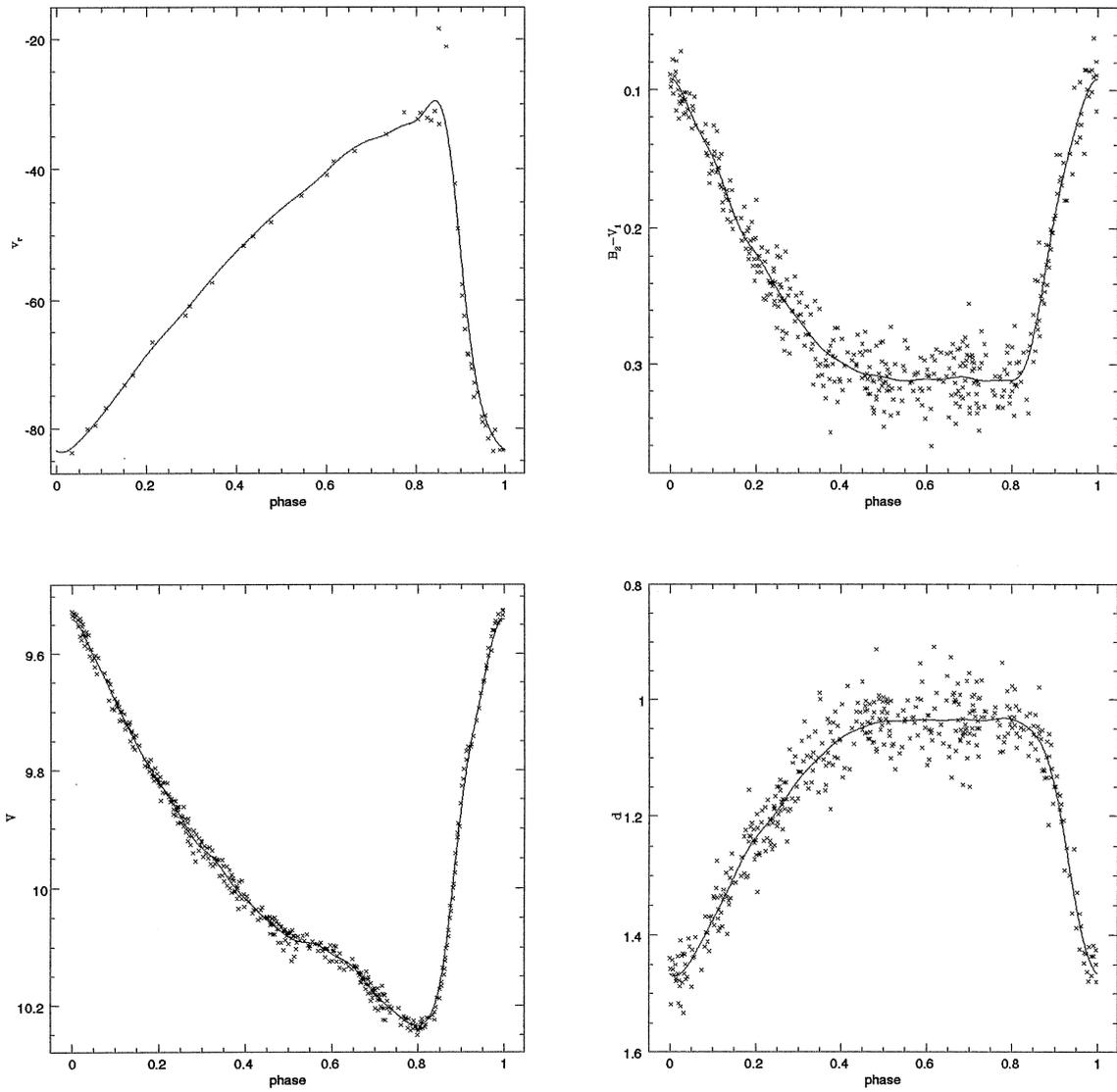


Figure 2.3: Mesures de DX Del en vitesse radiale, magnitude V , indices de couleur $[B_2 - V_1]$ et paramètre d et leur fit en fonction de la phase

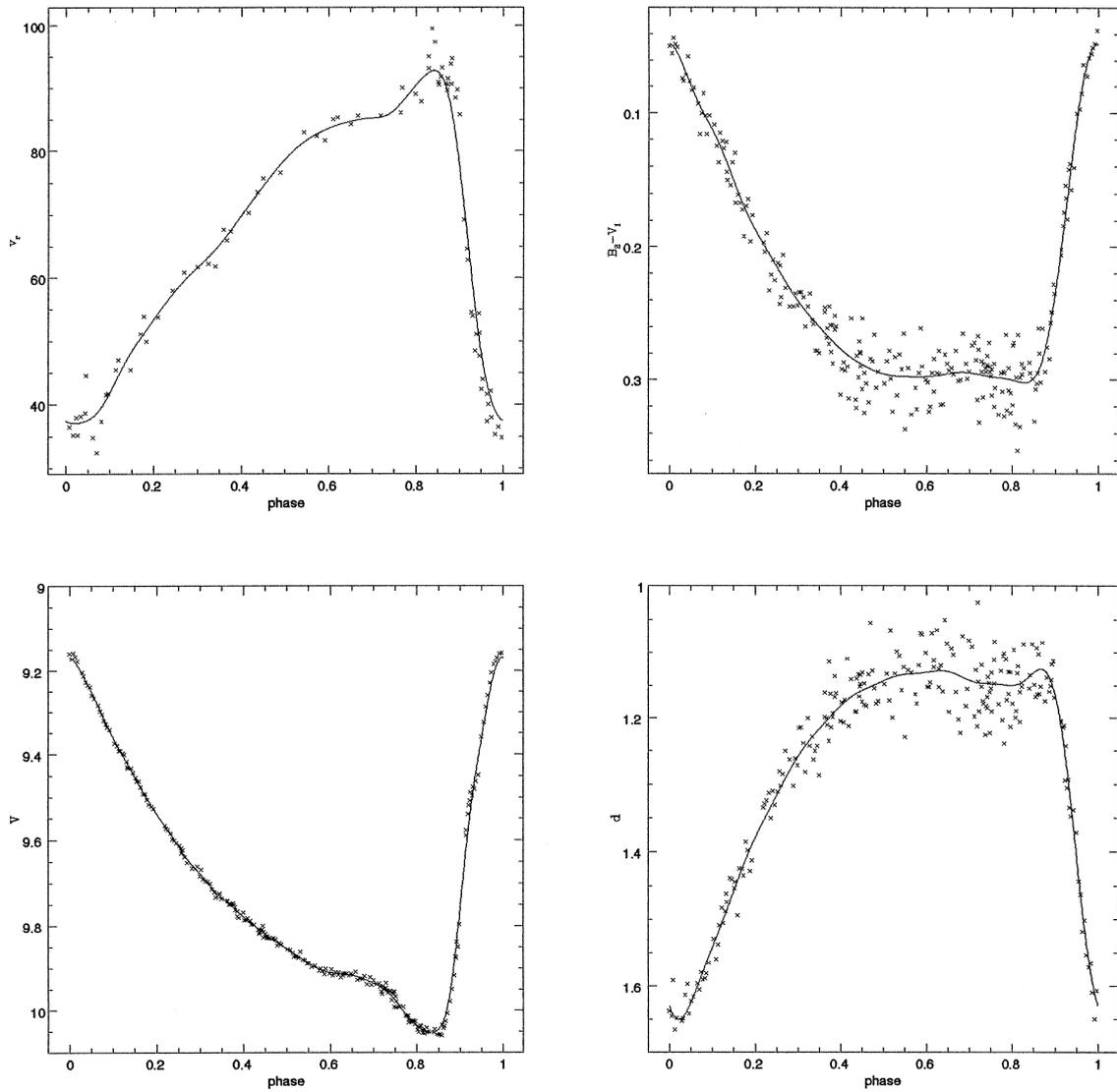


Figure 2.4: Mesures de RX Eri en vitesse radiale, magnitude V , indice de couleur $[B_2 - V_1]$ et paramètre d et leur fit en fonction de la phase

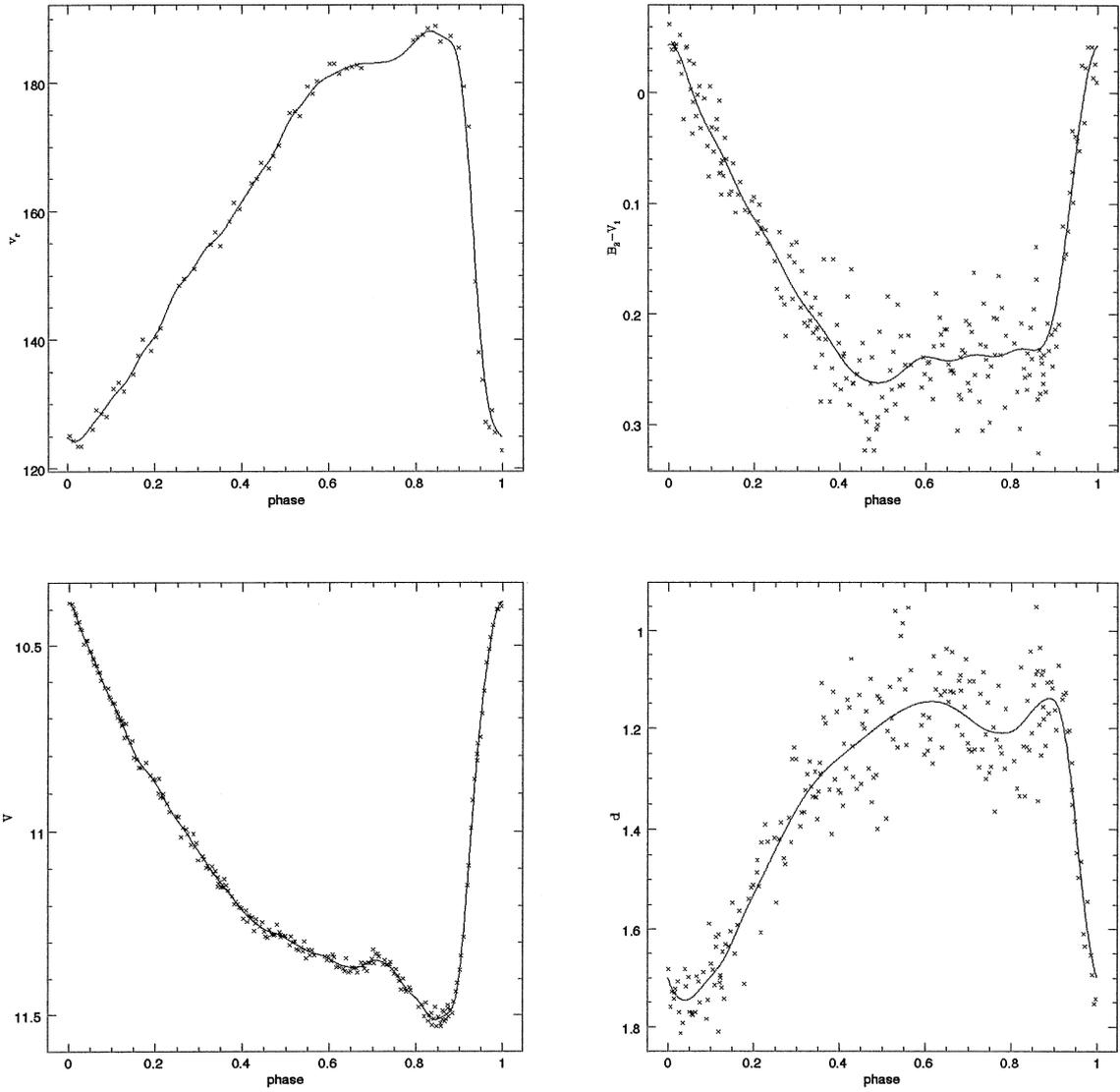


Figure 2.5: Mesures de SS Leo en vitesse radiale, magnitude V , indice de couleur $[B_2 - V_1]$ et paramètre d

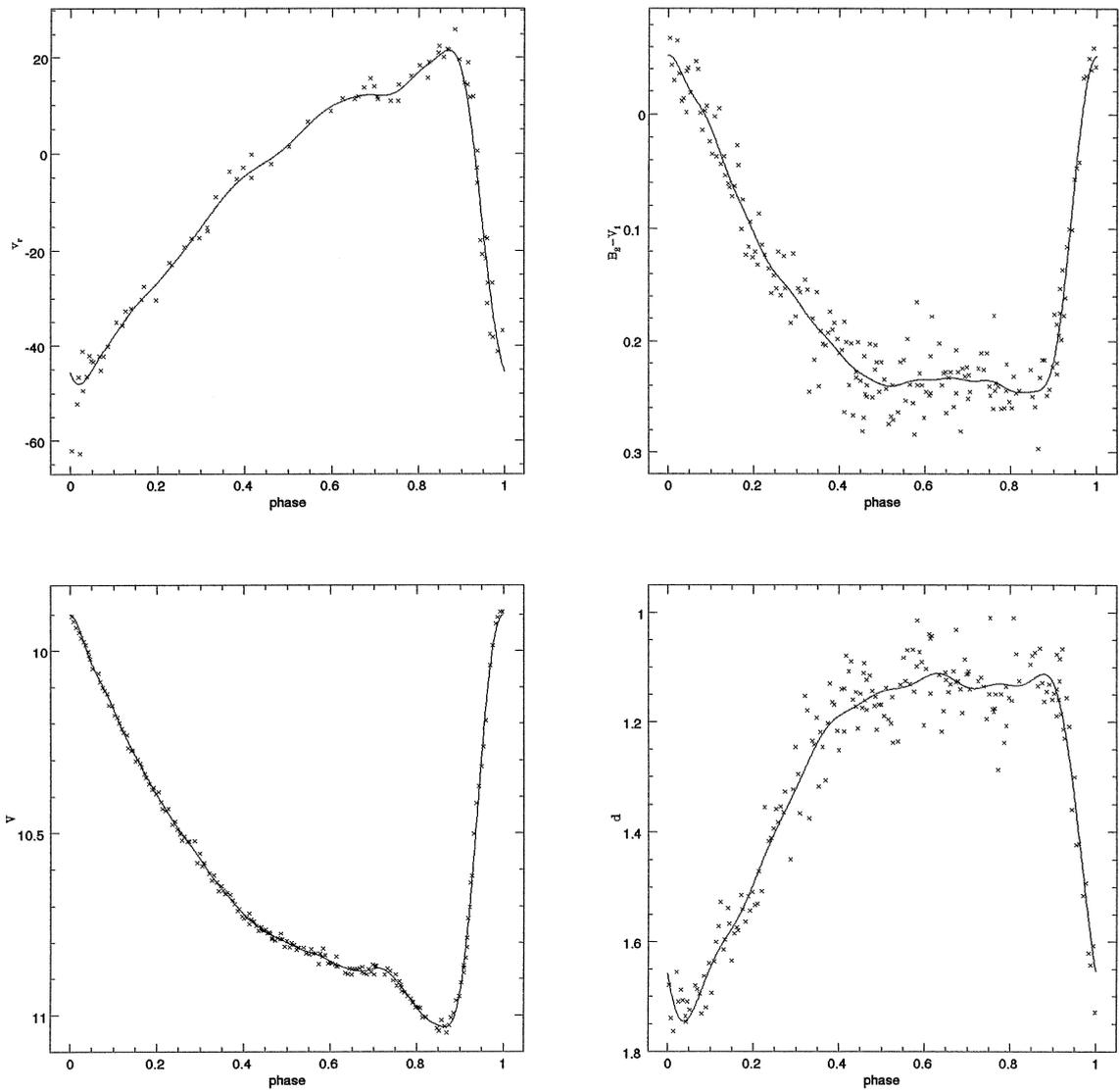


Figure 2.6: Mesures de UU Vir en vitesse radiale, magnitude V , indice de couleur $[B_2 - V_1]$ et paramètre d et leur fit en fonction de la phase

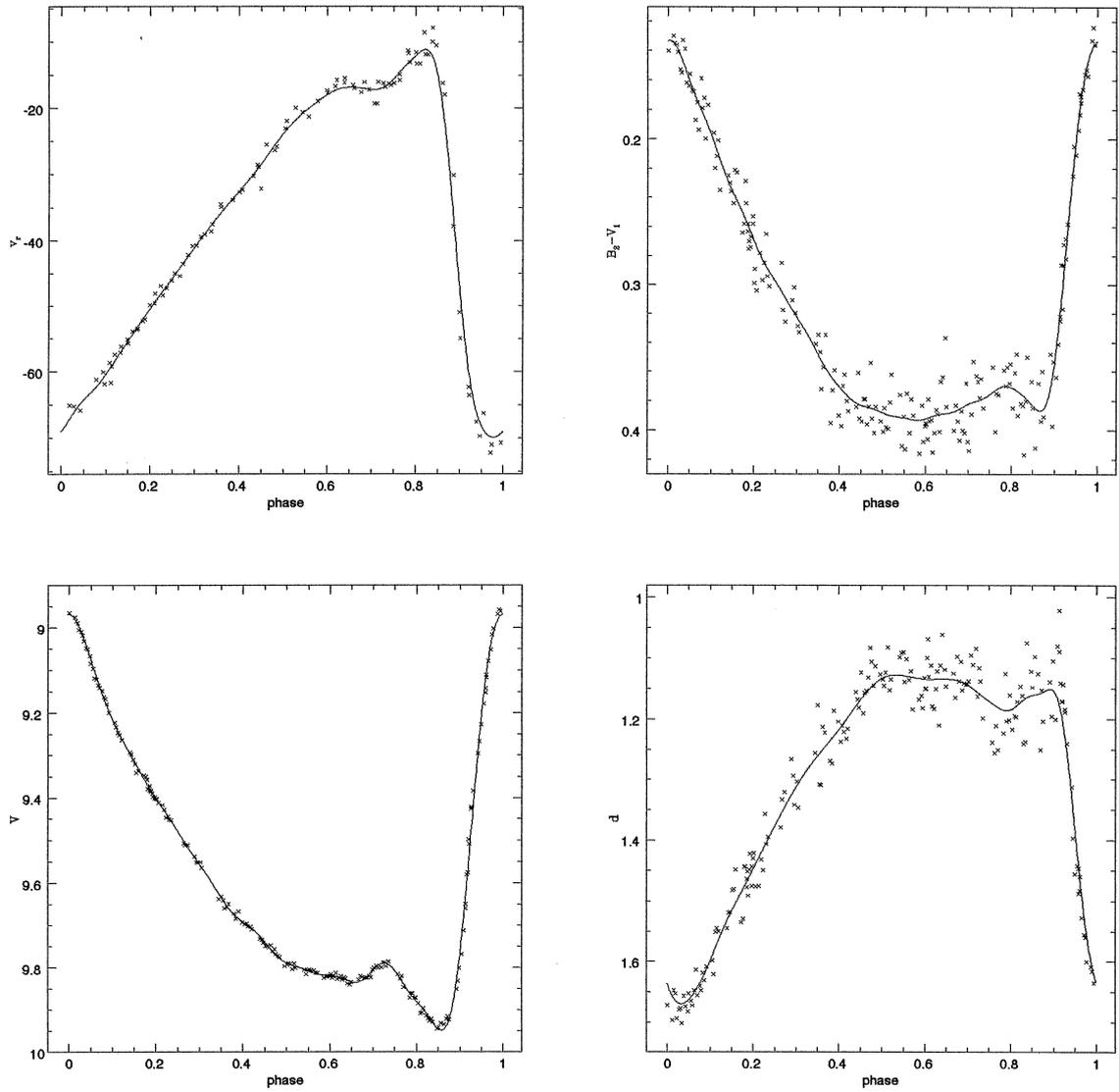


Figure 2.7: Mesures de X Ari en vitesse radiale, magnitude V , indice de couleur $[B_2 - V_1]$ et paramètre d et leur fit en fonction de la phase

Remarque 4: Lors de la constitution de la courbe de lumière V de BH Peg en fonction de la phase, il a été constaté un dédoublement de la courbe de ~ 0.1 en magnitude en début de la branche descendante, après la phase de maximum de V . Parmi les 7 RR Lyrae, cet effet n'existe que chez BH Peg, et pourrait être expliqué par un changement de la période de pulsation en fonction du temps, ou éventuellement par un effet Blazhko. Il a été montré qu'il existe une variation périodique de la période de BH Peg de 40 jours environ (Kudryashova, 1978). Dans la littérature, cependant, il n'est pas fait mention, à notre connaissance, d'un effet Blazhko sur BH Peg. Dans ce cas, on se permet d'éliminer de notre analyse la branche qui ne paraît pas "en phase" par rapport à l'essentiel de la courbe pour obtenir la courbe de la figure 2.2.

2.2.3 Interprétation des courbes

Pour RR Cet, comme pour les 6 autres RR Lyrae, les courbes sont asymétriques. En magnitude V , on observe une décroissance lente en luminosité qui se différencie parfaitement d'une branche de forte croissance en luminosité. La courbe de vitesse radiale est semblable à la courbe de la magnitude V ; la vitesse minimum correspond au maximum de la lumière, et inversement, la vitesse maximum correspond au minimum de la lumière.

Pour mieux concevoir le mouvement de l'atmosphère de l'étoile, on peut obtenir à partir de la vitesse de pulsation $v_p(t) = \dot{R}(t)$ les courbes de variation du rayon $\Delta R(\phi)$ (équation (2.16)) et d'accélération du rayon de l'étoile $\ddot{R}(\phi)$. La figure 2.8 compare ces courbes pour RR Cet. La

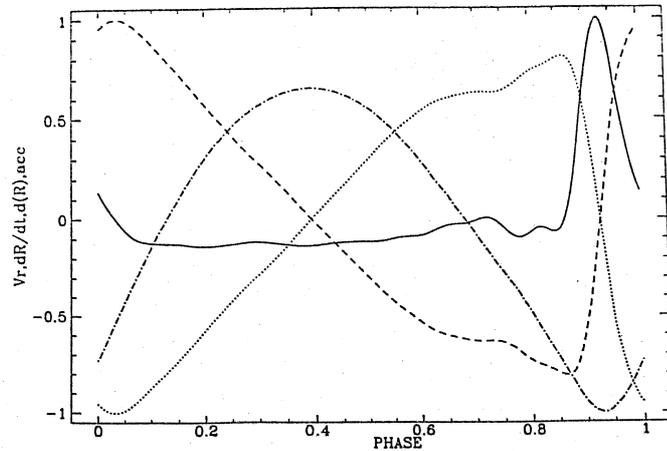


Figure 2.8: Courbes de vitesse radiale v_r (pointillés) et de pulsation v_p (traitillés), courbe de variation de rayon ΔR (trait-point) et d'accélération \ddot{R} (trait continu) de RR Cet. Les unités sont arbitraires pour chaque courbe.

forme de la courbe $\ddot{R}(\phi)$ montre que l'atmosphère subit une forte accélération vers l'extérieur au voisinage de la phase de rayon minimum, c'est-à-dire à $0.00 \leq \phi \leq 0.05$ et $0.85 \leq \phi < 1.00$. En dehors de cet intervalle, l'atmosphère est sous un régime d'accélération constante de grandeur plus faible. A partir de là, le mouvement de l'atmosphère peut se concevoir comme une brusque expansion due à une force qui s'exerce dans un temps relativement court d'environ 0.2 unité de

phase. Puis, l'étoile se contracte à accélération constante, ce qui laisse penser que l'atmosphère "tombe" sous l'effet du champ de gravitation de l'étoile.

2.3 Détermination de la température effective, de la gravité de surface et de la correction bolométrique à partir des modèles de Kurucz

Considérons une étoile "statique". Les modèles d'atmosphère stellaire statique de Kurucz permettent de connaître le flux d'une étoile en fonction de sa température effective T_e , de sa gravité de surface $\log(g)$ ainsi que de sa métallicité $\chi=[\text{Fe}/\text{H}]$. De ces modèles de flux, on peut alors calculer les couleurs m_i et pouvoir les comparer à celles mesurées pour une étoile. Précisons que pour faire la comparaison, les couleurs mesurées doivent être dérougies.

Le calcul des couleurs a été effectuée par Nicolet (1993) à partir des modèles de Kurucz (1991, 1993) dans le cas des 7 filtres de la photométrie de Genève. Les bandes passantes de ces filtres ont été définies par Rufener et Nicolet (1988).

Dans la pratique, la comparaison entre modèles et étoiles se fait avec les indices de couleur $C_{ij} = m_i - m_j$. On considère alors

$$\tilde{C}_{ij} = F_{ij}(T_e, \log(g), \chi, \alpha_k) \quad i, j = 1, \dots, 7 \quad i \neq j$$

F_{ij} représente l'application qui donne l'indice de couleur \tilde{C}_{ij} selon les modèles à partir de T_e , $\log(g)$, χ et d'autres paramètres complémentaires α_k qui caractérisent l'étoile. χ est un des paramètres qui caractérisent l'étoile et dont la valeur est supposée connue. Il n'est pas le seul paramètre en fonction duquel un modèle peut changer notablement. Ces autres paramètres sont mal déterminés et sont soit estimés soit ignorés. Tous ces paramètres sont ici formellement mis dans l'expression α_k (voir le paragraphe 3.2.2).

A supposer que F_{ij} est continue et que χ et α_k sont déterminés, la comparaison des indices de couleur mesurés C_{ij} avec ceux des modèles permet de trouver la température effective et la gravité de surface qui satisfont la condition

$$C_{ij} - F_{ij}(T_e, \log(g), \chi, \alpha_k) = 0 \quad i, j = 1, \dots, 7 \quad i \neq j \quad (2.26)$$

Si l'on a des indices de couleur qui sont des indicateurs de température et de $\log(g)$ respectivement, on peut se restreindre à 2 indices (ou combinaison d'indices) de couleur dans la relation (2.26). On connaît deux tels indicateurs. Simplifions alors les notations et définissons ces indicateurs:

$$\begin{aligned} C_1 &= [B_2 - V_1] \\ C_2 &= d \equiv [U - B_1] - 1.430[B_2 - V_1] \end{aligned}$$

Dans l'intervalle de température couvert par les étoiles RR Lyrae, C_1 est un indicateur de température et C_2 un indicateur de gravité (Golay, 1980) qui est, en outre, indépendant de l'extinction interstellaire en première approximation.

Dans la pratique, l'application F_{ij} n'est définie que sur un ensemble discret de températures, de $\log(g)$ et de métallicités par le fait que l'on ne possède qu'un ensemble restreint de modèles. La

condition (2.26) est alors modifiée pour se restreindre à la détermination de la température T_{en} et la gravité $\log(g)_n$ tels que

$$\sum_{i=1}^2 [C_i - F_i(T_{en}, \log(g)_n, \chi, \alpha_k)]^2 \text{ soit minimum} \quad (2.27)$$

Entre 6000 K et 8000 K, l'écart en température entre deux modèles consécutifs (avec même χ et g) est de 250 K et l'écart en $\log(g)$ (avec même χ et T_e) est de 0.5.

Soit un plan dont l'abscisse et l'ordonnée représentent $[B_2 - V_1]$ et d respectivement. Si l'on y reporte chaque modèle de Kurucz de même métallicité que l'on dispose et qu'on les relie entre eux de sorte à créer des lignes de même température et de même gravité, on obtient une "grille de Kurucz". Chaque grille représente donc un ensemble discret de modèles, qui diffèrent en T_e et $\log(g)$, complété d'un ensemble continu de "modèles interpolés" de sorte à créer des lignes isothermes et isogravifiques. De plus, chaque grille différente correspond à une métallicité différente dont les valeurs disponibles sont également discrètes.

Un exemple de grille est donné en figure 2.11 qui, comparée à la précision photométrique des mesures, rend la relation (2.27) peu satisfaisante. Il s'agit alors d'interpoler les valeurs de T_e et $\log(g)$ entre les modèles existants (comme il a été fait pour les lignes de la grille de Kurucz) pour des points quelconques dans le plan de la grille. L'interpolation doit nous permettre d'utiliser la condition (2.26) à nouveau.

B. Nicolet a mis à disposition son programme de construction des grilles de Kurucz. Il permet de les afficher dans les indices de couleur désirées et dans le choix des métallicités disponibles.

B. Nicolet a également fait un programme d'interpolation (extrapolation) qui permet, en donnant les valeurs T_e , $\log(g)$ et χ de l'étoile, d'obtenir les couleurs de Genève synthétisées.

Cependant, comme on s'intéresse à la conversion inverse, c'est-à-dire à connaître les valeurs de température et gravité à partir des valeurs photométriques, on procède comme suit. On rentre dans le programme d'interpolation les premières valeurs approximatives T_e et $\log(g)$ de l'étoile (χ et α_k étant fixés dès le début). Il en résulte une première valeur $[B_2 - V_1]_0$ et d . On modifie alors les valeurs de T_e et $\log(g)$ que l'on rentre à nouveau dans le programme d'interpolation. Les modifications faites sont de telle sorte que T_e et $\log(g)$ convergent vers la condition (2.26). Cette façon de procéder, un peu laborieuse, est imposée par le fait que la fonction F_{ij} dans la relation (2.26) n'est pas biunivoque. Cependant, localement, dans un domaine restreint en T_e et $\log(g)$, on peut inverser cette relation.

En un deuxième temps, la correction bolométrique BC est obtenue à partir de la donnée de T_e et $\log(g)$ de l'étoile par interpolation des modèles de Kurucz également. L'ensemble des déterminations peut être schématisé ci-dessous (on omet α_k).

$$\chi, C_1, C_2 \longrightarrow T_e, \log(g) \longrightarrow BC$$

Les observations photométriques d'une étoile variable impliquent que les indices de couleur varient en fonction du temps t

$$C_i = C_i(t) \quad i = 1, 2$$

Est-il alors possible d'obtenir T_e , $\log(g)$ et BC en tout temps par la démarche que l'on vient de présenter, c'est-à-dire d'appliquer le schéma:

$$\chi, C_1(t), C_2(t) \longrightarrow T_e(t), \log(g(t)) \longrightarrow BC(t)$$

Ce qu'on entend faire est de considérer l'étoile variable, à chaque temps t , comme une étoile statique qui aurait les indices de couleur $C_1(t)$, $C_2(t)$. Les modèles de Kurucz permettent alors d'obtenir $T_e(t)$, $\log(g(t))$, $BC(t)$. Il s'agit donc d'utiliser une succession de modèles d'atmosphère statique (interpolés) pour rendre compte de la température et de la gravité de surface de l'atmosphère hydrodynamique d'une étoile variable.

La question qu'on est en droit de se poser porte sur la validité d'une telle démarche. Il faudrait que le mécanisme qui fait varier la luminosité de l'étoile n'écarte pas trop l'atmosphère stellaire de son état d'équilibre.

2.4 Validité de l'approximation quasi statique (QSA)

Il est question ici de déterminer le degré de perturbation qu'apportent les effets dynamiques des pulsations de l'étoile sur l'atmosphère de celle-ci. La QSA a été utilisée par plusieurs auteurs (par ex. CCPB, 1988; Liu et Janes, 1990a) pour estimer le comportement des paramètres de l'atmosphère d'une étoile variable et dont la justification est résumée par Gautschy (1987).

Les hypothèses de base sont

1. Approximation plans parallèles du transfert radiatif
2. Equilibre radiatif
3. Equilibre hydrostatique

Il est à noter que pour une étoile pulsante, l'équation de l'équilibre hydrostatique est

$$\frac{d\mathcal{P}}{dr} = -\rho g_{eff} \quad (2.28)$$

où \mathcal{P} est la pression et g_{eff} est la gravité de surface effective compte tenu de l'accélération \ddot{R} de l'atmosphère de l'étoile

$$g_{eff} = \frac{GM}{R^2} + \ddot{R} \quad (2.29)$$

Pour évaluer les effets des atmosphères non-statiques, on peut considérer les temps de relaxation mécanique et thermique des perturbations produites par les ondes pulsationnelles. On définit

t_T : temps nécessaire pour dissiper, par rayonnement, l'énergie thermique d'une unité de masse de gaz de manière isotherme.

t_M : temps nécessaire à une unité de masse de gaz pour descendre d'une longueur caractéristique sous l'effet de la gravitation. On prend H comme longueur qui est la longueur caractéristique de pression.

P: période de pulsation de l'étoile.

Si les effets dynamiques déplacent très peu l'étoile hors de son état d'équilibre, on peut alors s'attendre à avoir des rapports $\frac{t_T}{P}$ et $\frac{t_M}{P}$ très inférieurs à l'unité. Cela signifierait que l'étoile arrive à l'équilibre dans un temps très inférieur à la période. Dans ce cas seulement, on peut représenter des phases successives du cycle de pulsation par une série de modèles statiques.

Par définition, le temps t_T est le rapport

$$t_T = \frac{E_{th}}{J} \quad (2.30)$$

E_{th} et J sont respectivement l'énergie thermique du gaz et l'énergie radiée par unité de temps.

L'énergie thermique est liée à la température, à la densité ρ , au poids moléculaire moyen μ par l'expression

$$E_{th} = \frac{3}{2} \frac{\mathcal{R}}{\mu} T \rho \quad (2.31)$$

\mathcal{R} est la constante des gaz.

L'énergie radiée par seconde est déterminée par

$$J = \kappa \rho S \quad (2.32)$$

où κ est le coefficient d'absorption et S la fonction source.

Comme on se propose d'avoir seulement un ordre de grandeur, on se met dans le cas d'une atmosphère grise: $\kappa = \kappa_{Ross.}$, opacité moyenne de Rosseland. On utilise l'hypothèse 2) de la QSA, à savoir $S=B(T)=\sigma T^4$. σ est la constante de Stefan-Boltzmann. On obtient ainsi

$$J = \kappa_{Ross.} \rho \sigma T^4 \quad (2.33)$$

Le rapport (2.30) devient

$$t_T = \frac{(3/2)(R/\mu)T\rho}{K_{Ross.}\rho\sigma T^4} = \frac{3}{2} \frac{\mathcal{P}}{\kappa_{Ross.}\rho\sigma T^4} \quad (2.34)$$

Toujours en considérant des ordres de grandeurs, $g \approx \ddot{R}$ sur un intervalle de longueur H, on a

$$t_M = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (2.35)$$

en supposant que g ne varie pas sur l'intervalle considéré.

Pour un état en équilibre statique

$$H = -(d \ln P / dr)^{-1} \cong \frac{\mathcal{P}}{\rho g} \quad (2.36)$$

où la deuxième relation suppose un état de gaz parfait.

Un calcul des temps de relaxation pour une atmosphère statique qui représenterait celle "d'équilibre" d'une RR Lyrae typique, disons avec $T_e = 6500$, $\log(g) = 2.5$, $\chi = -1.0$, a été effectué à l'aide des modèles de Kurucz 1979 (qui offrent la commodité d'être publiés). Les résultats sont consignés dans le tableau 2.3 pour deux profondeurs optiques qui définissent l'atmosphère d'une étoile. $P=0.57$ jours est la période moyenne du tableau 2.3.

τ	t_M [s]	t_T [s]	$\frac{t_M}{P}$	$\frac{t_T}{P}$
10^{-3}	$2.5 \cdot 10^{-3}$	$1.8 \cdot 10^{-3}$	0.05	0.04
1	$3.0 \cdot 10^{-3}$	15	0.06	$3 \cdot 10^{-5}$

Table 2.3: Temps de relaxation t_M et t_T calculés à partir des modèles de Kurucz pour deux profondeurs optiques τ différentes et comparaison avec la période.

Le tableau 2.3 montre que les rapports $\frac{t_M}{P}$ et $\frac{t_T}{P}$ sont assez petits pour qu'on puisse admettre, à priori, la validité d'une description des paramètres atmosphériques des RR Lyrae à partir d'une succession de modèles d'atmosphère statique de Kurucz.

Il est à relever que malgré que la température figure à la puissance 4, c'est essentiellement l'opacité et le rapport $\frac{P}{\rho}$ qui domine le temps de relaxation thermique. Notamment, dans les couches extérieures de l'atmosphère, on devrait alors tenir compte de l'effet dynamique produit par une onde de choc qui s'accompagnerait de fluctuations de pression et de densité notables (voir section 3.2).

2.5 Calibration de la grille de Kurucz

Les bandes passantes des filtres de Genève sont bien définies et sont reproductibles numériquement, mais elles restent difficiles à reproduire expérimentalement. Il se peut que malgré toutes les précautions prises pour faire de la photométrie dans le système de Genève, il y ait de petites imperfections. En admettant la validité du QSA, il s'agit donc maintenant de calibrer la grille de Kurucz en température effective et en gravité de surface afin de tenir compte d'éventuels effets systématiques dans les intervalles d'indice de couleur $B_2 - V_1$ et de paramètre d typiques des RR Lyrae. Pour ce faire, on utilise des étoiles mesurées dans la photométrie de Genève dont on connaît la température effective T_e ou la gravité de surface $\log(g)$ de façon fondamentale ou empirique.

On utilise les étoiles standards des Tables 1, 2 et 3 de Kobi et North (1990) qui sont toutes de métallicité proche de celle du soleil. En principe, donc, elle ne servent strictement qu'à calibrer une grille de $\chi = 0.0$. Cependant, on admettra ultérieurement que la correction est applicable pour d'autres valeurs de métallicité. Cela revient à admettre que les modèles de Kurucz prédisent correctement les effets différentiels de blanketing.

La Table 2.5 contient des étoiles dont on connaît T_e de façon fondamentale.

La Table 2.4 contient des étoiles dont on connaît $\log(g)$ de façon empirique. La plupart d'entre elles sont des binaires à éclipses SB2 aux composants identiques.

La Table 2.6 contient des étoiles de l'amas des Pléiades dont le $\log(g)$ est déduit de l'isochrone

ajustée à l'aide des calculs d'évolution stellaire de Maeder et Meynet (1988).
 Les références des déterminations de T_e et $\log(g)$ sont données dans les tables.

La calibration de la grille consiste à dessiner la grille de Kurucz pour $\chi = 0.0$, avec $(B_2 - V_1)_0$ en abscisse et d_0 en ordonnée (l'indice 0 correspond à des valeurs dérogées). On y place ensuite les étoiles dont on connaît les indices $(B_2 - V_1)_0$ et d ainsi que leur température effective ou leur gravité de surface. La position de ces étoiles sur la grille fournit leur valeur théorique de la température ou du $\log(g)$ que l'on compare avec leur valeur mesurée.

Résultats

Calibration en température:

T_E = valeur expérimentale de la température effective de l'étoile de la table 2.5.

T_K = valeur de la température effective obtenue à partir de la grille de Kurucz.

$\Delta T = T_E - T_K$.

La Figure 2.9 exprime ΔT en fonction de $(B_2 - V_1)_0$.

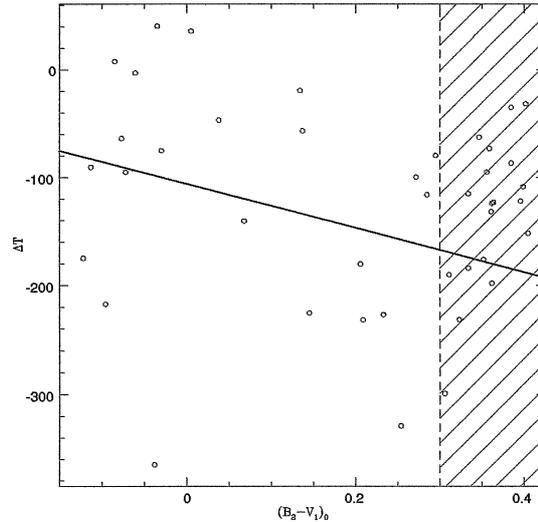


Figure 2.9: Résultat de la calibration en température sur la grille de Kurucz à $\chi = 0.0$ pour $(B_2 - V_1)_0 \leq 0.3$. ΔT exprime la différence entre la température standard et la valeur tirée de la grille, $\Delta T = T_E - T_K$ pour les étoiles de la table 2.5.

Calibration en $\log(g)$:

$\log(g)_E$ = valeur expérimentale du $\log(g)$ de l'étoile de la table 2.4 ou 2.6.

$\log(g)_K$ = valeur du $\log(g)$ de l'étoile obtenue à partir de la grille de Kurucz.

$\Delta \log(g) = \log(g)_E - \log(g)_K$

La Figure 2.10 exprime $\Delta \log(g)$ en fonction de $(B_2 - V_1)_0$.

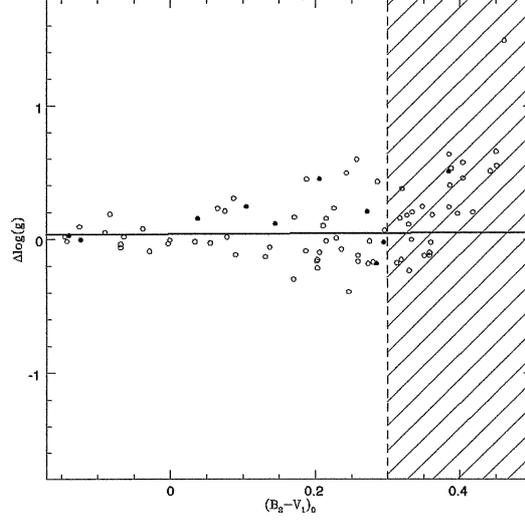


Figure 2.10: Résultat de la calibration en gravité sur la grille de Kurucz à $\chi=0.0$ pour $(B_2 - V_1)_0 \leq 0.3$. $\Delta \log(g)$ exprime la différence entre la valeur de gravité standard et la valeur tirée de la grille, $\Delta \log(g) = \log(g)_E - \log(g)_K$ pour les étoiles de la table 2.4 (•) et 2.6 (o).

Interprétation des graphiques

En gravité:

Les étoiles chaudes semblent se situer sur une droite. Il est raisonnable de tirer une droite par régression linéaire pour des valeurs de $(B_2 - V_1)_0 \leq 0.3$; voir Figure 2.10. Au-delà de cette limite, en effet, les points se démarquent sensiblement vers le haut du graphique, dans la zone hachurée. Il y a un net désaccord vers les valeurs supérieures de $(B_2 - V_1)_0$ entre les modèles de Kurucz et les valeurs mesurées.

On obtient, par régression linéaire des points inférieurs à $(B_2 - V_1)_0 = 0.3$ la relation:

$$\Delta \log(g) = 0.024(B_2 - V_1)_0 + 0.038 \quad (2.37)$$

L'écart-type résiduel σ de la régression linéaire est de 0.200. La valeur moyenne de $\Delta \log(g)$ dans le domaine $(B_2 - V_1)_0 \leq 0.3$ est 0.04.

Les valeurs de $(B_2 - V_1)_0$ des RR Lyrae se situant généralement en-dessous de 0.3, on n'aura pas à considérer le domaine de désaccord au-dessus de cette valeur.

En température:

Bien que moins évidente que pour la gravité de surface, une régression linéaire peut être faite (voir figure 2.9). Par les considérations qui précèdent, elle ne se fait pas au-delà de $(B_2 - V_1)_0 = 0.3$.

On obtient par régression linéaire (pour $(B_2 - V_1)_0 \leq 0.3$) la relation:

$$\Delta T = -204.7(B_2 - V_1)_0 + 106.0 \quad (2.38)$$

L'écart-type résiduel σ de la régression linéaire est de 103 K. La valeur moyenne de ΔT dans le domaine $(B_2 - V_1)_0 \leq 0.3$ est -120 K.

Conclusions

Il est nécessaire de corriger légèrement les valeurs de T_e et $\log(g)$ déduites des modèles de Kurucz intégrés à travers les filtres de Genève. La correction en $\log(g)$ est petite, alors que la correction en T_e est notable. En moyenne, un point sur la grille de Kurucz doit être corrigé de 0.04 en $\log(g)$ et de -120 K en T_e .

Remarque: La figure 2.11 présente une grille de Kurucz, $\chi = 0.0$ sur laquelle on a placé les étoiles de calibration des tables 2.4, 2.5 et 2.6, ainsi que les mesures de RR Cet déjà dérogées.

On observe que les étoiles de calibration sont bien réparties en température (entre 5500 K et 10000 K), mais que leur gravité reste proche de celle du Soleil, entre 4 et 4.5 en $\log(g)$. Le fait que la correction en $\log(g)$ soit quasiment constante pourrait provenir de l'intervalle de valeurs de gravité considéré qui ne serait pas assez significatif. En outre, comme on peut le constater sur la figure 2.11, RR Cet se situe à des gravités sensiblement inférieures aux étoiles de calibration, c'est-à-dire autour de 2.5. Par conséquent, à l'incertitude (statistique) de la calibration effectuée sur un domaine de la grille couverte par les étoiles de calibration, s'ajoute l'incertitude provenant de l'application de cette calibration dans un domaine disjoint du premier. Calibrer la grille dans la zone des RR Lyrae à partir d'un intervalle restreint en gravité est une extrapolation qui reste encore à vérifier. Néanmoins, la correction quasiment nulle en gravité encourage à penser que la grille nécessite peu de correction sur l'intervalle en $(B_2 - V_1)_0$ occupé par les RR Lyrae. Quant à la calibration en température, si T_e était indépendant de d , la correction s'appliquerait sans autres sur les RR Lyrae. Mais tel n'est pas le cas, et on doit tenir compte de d . Prenons l'exemple d'un point de la grille situé à $\log(g)=4$ et $(B_2 - V_1)_0 = 0$, ce qui est dans le domaine couvert par les étoiles de calibration. La relation 2.38 nous dit qu'il faut soustraire à la température de ce point, qui est de 8000 K, une centaine de degrés environ. Mais les RR Lyrae font pour $(B_2 - V_1)_0 = 0$ une température d'environ 500 K inférieur à ce point. Cette différence est 5 fois supérieur à la valeur de la correction en ce point mais 16 fois inférieur à la température de ce même point. De même, pour un indice $(B_2 - V_1)_0$ plus grand, disons $(B_2 - V_1)_0 = 0.25$, à $\log(g)=4$ on a un point de la grille à une température de 6500 K dont on doit soustraire environ 160 K. Pour ce même indice, une RR Lyrae ferait environ 250 K de moins, ce qui est à peine 2 fois supérieur à la correction en température du point et 26 fois inférieur à la température de ce même point. Dans ce cas, les relations 2.38 et 2.37 sont susceptibles de peu varier et pourraient être considérées, au premier degré, comme de bonnes approximations.

En conclusion, on estime que la calibration s'applique au domaine des RR Lyrae et par conséquent on corrigera les températures déduites du modèle par la relation (2.38) qui dépend linéairement de $(B_2 - V_1)_0$.

Kurucz 92 $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.0$

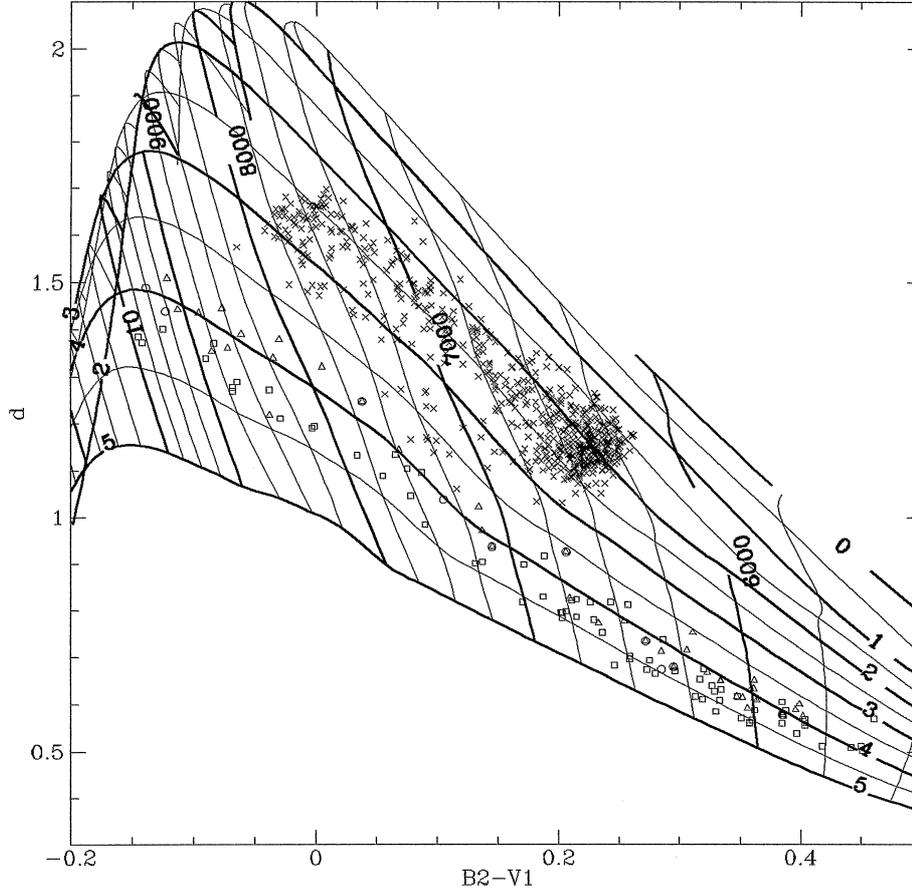


Figure 2.11: Calibration de la grille de Kurucz et position de RR Cet par rapport au domaine de calibration. Ronds blancs: étoiles de la table 2.4; triangles blancs: étoiles de la table 2.5; carrés blancs: étoiles de la table 2.6; croix: position de RR Cet.

HD	$(B_2 - V_1)_0$	d	$\log(g)_E$	Source	$\log(g)_K$
16739	0.285	0.675	4.26	MD	4.44
37513	0.295	0.680	4.28	AND	4.30
40183	-0.139	1.487	4.01	MD	3.98
61421	0.206	0.926	4.06	MD	3.61
62863	0.105	1.038	4.27	MD	4.03
71581	-0.123	1.438	4.09	MD	4.10
75747	0.038	1.248	3.99	MD	3.84
110379	0.145	0.937	4.21	MD	4.10
133640	0.385	0.579	4.59	HH	4.08
202275	0.272	0.735	4.35	MD	4.14

Table 2.4: Étoiles utilisées pour calibrer les grilles de Kurucz en gravité de surface. AND: Andersen et al. (1989), HH: Habets & Heintze (1981), MD: Moon & Dworetzky (1985)

HD	$(B_2 - V_1)_0$	d	T_E	Source	T_K
1280	-0.113	1.443	9000	HK	9091
4813	0.285	0.713	6223	PER	6339
5015	0.306	0.716	5929	PER	6228
10307	0.362	0.614	5794	PER	5992
19373	0.334	0.65	5929	PER	6113
20630	0.405	0.56	5662	PER	5814
24167	0.005	1.321	7900	HK	7864
27176	0.068	1.143	7350	HK	7491
27819	-0.035	1.34	8250	HK	8209
30652	0.233	0.773	6383	PER	6610
32608	-0.038	1.219	8102	HK	8467
34411	0.361	0.634	5861	PER	5993
37513	0.295	0.68	6220	AND	6300
38678	-0.072	1.361	8500	HK	8595
39587	0.347	0.617	5998	PER	6061
40136	0.134	1.022	7100	HK	7120
59037	-0.061	1.39	8400	HK	8403
61421	0.206	0.926	6500	MD	6681
75747	0.038	1.248	7600	MD	7647
82621	-0.122	1.508	8950	HK	9125
84737	0.362	0.652	5861	PER	5985
86728	0.399	0.601	5728	PER	5837
91480	0.137	0.971	7100	HK	7157
95128	0.364	0.61	5861	PER	5984
106591	-0.096	1.435	8600	HK	8817
109358	0.352	0.616	5861	PER	6038
110379	0.145	0.937	6900	MD	7126
114710	0.334	0.652	5998	PER	6113
115043	0.356	0.593	5929	PER	6024
115383	0.323	0.669	5929	PER	6161
133640	0.385	0.579	5810	HH	5897
134083	0.209	0.826	6500	HK	6732
136064	0.311	0.753	5998	PER	6188
141004	0.359	0.633	5929	PER	6002
142860	0.254	0.777	6152	PER	6481
146233	0.385	0.583	5861	PER	5896
159561	-0.03	1.379	8020	COD	8095
186427	0.402	0.576	5794	PER	5826
202275	0.272	0.735	6300	MD	6400
214279	-0.077	1.444	8450	HK	8514
216956	-0.085	1.354	8800	COD	8792
217014	0.396	0.59	5728	PER	5850

Table 2.5: Etoiles utilisées pour calibrer les grilles de Kurucz en température. AND: Andersen et al. (1989), COD: Code et al. (1976), HH: Habets & Heintze (1981), HK: Hauck (1985), MD: Moon & Dworetzky (1985), NI: Nicolet (1981), PAL: Palous & Hauck (1986), PER: Perrin et al. (1977).

H Nbr	$(B_2 - V_1)_0$	d	$\log(g)_E$	$\log(g)_K$
25	0.211	0.822	4.28	4.18
120	0.385	0.561	4.49	4.25
153	-0.090	1.339	4.31	4.26
164	0.229	0.780	4.28	4.27
232	-0.038	1.273	4.30	4.22
233	0.257	0.812	4.36	3.76
248	0.461	0.570	4.53	3.04
250	0.358	0.561	4.48	4.58
253	0.385	0.606	4.47	3.83
293	0.386	0.577	4.49	4.09
314	0.362	0.589	4.46	4.28
338	0.188	0.917	4.28	3.83
405	0.259	0.698	4.37	4.53
470	0.137	0.904	4.29	4.35
489	0.334	0.633	4.44	4.24
514	0.388	0.588	4.49	3.96
530	0.131	0.902	4.29	4.42
531	0.065	1.134	4.29	4.06
571	0.442	0.509	4.53	4.02
605	0.171	0.899	4.28	4.11
627	0.236	0.753	4.31	4.38
697	0.087	1.096	4.29	3.98
761	0.360	0.567	4.48	4.50
923	0.319	0.612	4.43	4.58
996	0.329	0.628	4.45	4.34
1015	0.351	0.571	4.45	4.57
1028	-0.125	1.401	4.31	4.22
1101	0.320	0.676	4.43	4.05
1122	0.203	0.785	4.28	4.49
1132	0.226	0.819	4.28	4.05
1139	0.203	0.795	4.28	4.43
1182	0.348	0.617	4.45	4.21
1207	0.333	0.610	4.44	4.44
1215	0.330	0.586	4.45	4.68
1284	0.055	1.089	4.29	4.32
1309	0.206	0.799	4.28	4.38
1407	-0.001	1.195	4.30	4.31
1514	0.358	0.562	4.45	4.57
1593	0.451	0.502	4.52	3.97
1613	0.246	0.684	4.38	4.77
1776	0.404	0.569	4.50	3.92
1797	0.273	0.674	4.39	4.57
1856	0.275	0.694	4.39	4.40
1924	0.313	0.617	4.43	4.61
1993	0.034	1.133	4.30	4.32
2172	0.327	0.640	4.44	4.26
2284	0.450	0.512	4.53	3.87
2289	-0.068	1.277	4.31	4.35
2341	0.397	0.539	4.50	4.31
2415	-0.029	1.212	4.30	4.39
2488	-0.142	1.373	4.32	4.34
2506	0.296	0.672	4.42	4.35
2644	0.418	0.512	4.51	4.31
2786	0.317	0.654	4.42	4.26
3097	0.404	0.556	4.51	4.05
3179	0.280	0.666	4.39	4.56
3302	0.090	0.984	4.29	4.40
3307	-0.145	1.385	4.32	4.30
3308	0.078	1.046	4.29	4.27
3310	0.187	0.830	4.28	4.37
3311	0.259	0.703	4.38	4.50
3313	0.286	0.738	4.40	3.97
3314	0.215	0.824	4.28	4.13
3316	-0.068	1.269	4.31	4.37
3319	0.075	1.104	4.29	4.08
3320	-0.003	1.191	4.30	4.33
3322	-0.064	1.289	4.31	4.29
3324	0.243	0.819	4.37	3.87
3326	0.215	0.786	4.36	4.37
3328	-0.083	1.371	4.31	4.12
3329	0.202	0.795	4.28	4.44
3332	0.170	0.818	4.28	4.58

Table 2.6: Etoiles des Pléiades utilisées pour calibrer les grilles de Kurucz en gravité de surface.

2.6 Position des RR Lyrae dans les grilles de Kurucz

Avant de pouvoir appliquer la méthode de détermination de T_e et $\log(g)$, il faut tenir compte du rougissement des étoiles. Pour ce faire, on doit appliquer une correction à $[B_2 - V_1]$ et à d pour obtenir les valeurs dérougées $[B_2 - V_1]_0$ et d_0

$$\begin{aligned} [B_2 - V_1]_0 &= [B_2 - V_1] - E[B_2 - V_1] \\ d_0 &= d - E[d] \end{aligned}$$

$E[B_2 - V_1]$ et $E[d]$ sont respectivement l'excès de couleur de $[B_2 - V_1]$ et d .

On utilise les excès de couleur $E[B - V]$ dans la table 2.8 ainsi que les rapports d'excès de couleur consignés dans la table 2.7 pour effectuer les corrections. Les résultats sont dans la table 2.8, dans laquelle figurent également la métallicité de l'étoile, afin de pouvoir choisir la grille de Kurucz appropriée et l'extinction interstellaire A_V calculée à partir de $E[B - V]$ par la formule (2.17), nécessaire pour la détermination de la distance.

Rapport	$\frac{E[U-B]}{E[B-V]}$	$\frac{E[B_1-B]}{E[B-V]}$	$\frac{E[B_2-B]}{E[B-V]}$	$\frac{E[V_1-B]}{E[B-V]}$
Valeur	0.6654	0.1708	-0.1750	-0.9303

Table 2.7: Rapport des excès de couleur dans la photométrie de Genève.

Etoile	[Fe/H]	$E[B - V]$	$E[B_2 - V_1]$	A_V
BH Peg	-1.0	0.127	0.096	0.348
DX Del	-0.4	0.067	0.051	0.184
RR Cet	-1.5	0.030	0.027	0.082
RX Eri	-1.3	0.046	0.035	0.126
SS Leo	-1.6	0.020	0.015	0.055
UU Vir	-0.5	0.032	0.024	0.088
X Ari	-2.2	0.184	0.139	0.504

Table 2.8: Valeurs de métallicité et excès de couleur $E[B - V]$, excès de couleur $E[B_2 - V_1]$ et extinction interstellaire A_V calculés à partir de $E[B - V]$.

Du calcul, on constate que l'excès de couleur $E[d]$ n'intervient que dans la cinquième décimale en magnitude, ce qui est négligeable à côté de $E[B_2 - V_1]$. Ceci confirme la relative insensibilité de d avec l'extinction interstellaire.

La figure 2.12 présente la position de RR Cet dérougée dans la grille de Kurucz avec $\chi = -1.5$. Elle présente les points de mesures dans l'espace d'indice de couleur $[B_2 - V_1]_0$ et de paramètre d . On représente également sur la figure, la combinaison des fits effectués dans cet indice de couleur et paramètre.

Les figures 2.13 à 2.18 présentent de semblables figures pour les 6 autres RR Lyrae dans les grilles correspondant à la métallicité qui leur est plus proche.

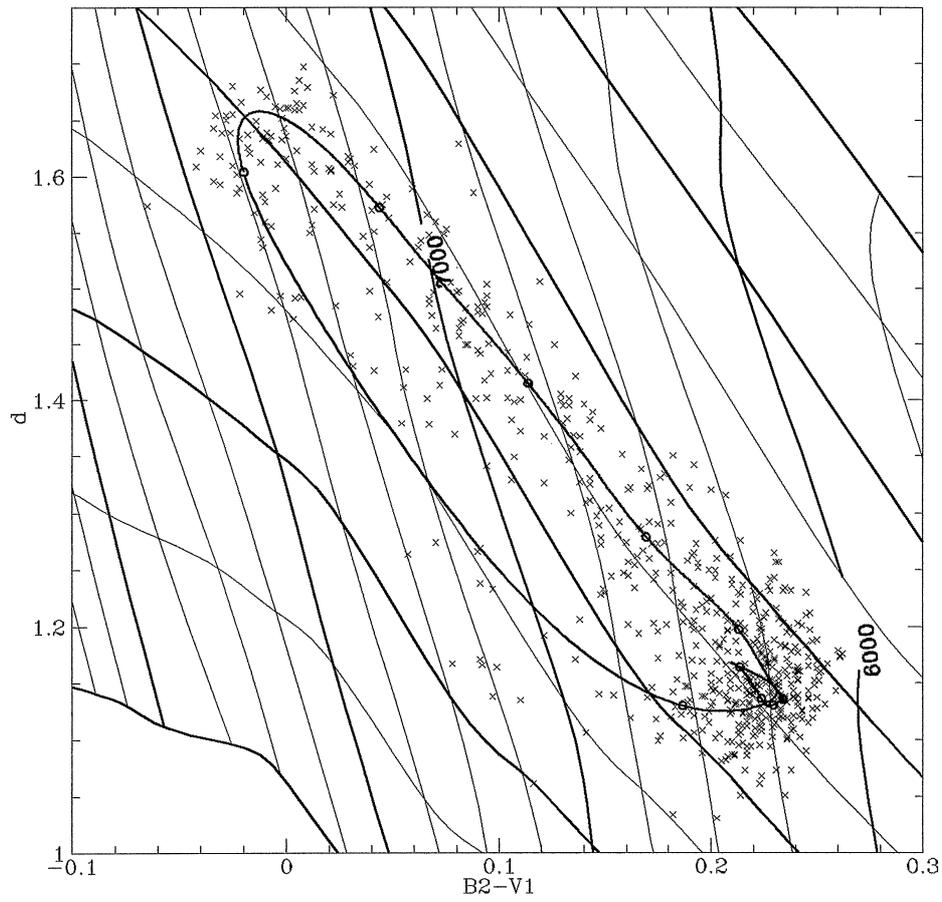


Figure 2.12: Position de RR Ceti dans la grille de Kurucz. Tous les dixièmes de phase sont marqués par un o sur la courbe; la phase $\phi = 0.0$ est en haut à gauche.

On observe essentiellement, pour RR Cet, ainsi que pour les autres RR Lyrae, le parcours d'une grande boucle dans l'espace d'indice de couleur $[B_2 - V_1]_0$ et paramètre d . On observe également, aux températures inférieures, un comportement singulier de petite amplitude par rapport à la grande boucle; il opère pendant 4 dixièmes de phase environ et il est différent d'une étoile à l'autre. Ce comportement est dû, en fait, aux oscillations résiduelles des fits effectués sur les mesures et n'a pas de signification physique.

Il y a distinction évidente (grâce au fit) entre la phase d'expansion et la phase de contraction de l'étoile. La grille de Kurucz nous affirme qu'il n'y a pas de relation univoque entre $[B_2 - V_1]_0$ et T_e . Pour l'essentiel, on peut affirmer que pour une valeur $B_2 - V_1$ augmentant, la température effective diminue. On voit qu'à la phase $\phi = 0$, correspondant au maximum de luminosité, la température est maximum et proche de 7750 K. Puis, en fonction de la phase, RR Cet parcourt la boucle de la figure 2.12, dans le sens des aiguilles d'une montre, pour se refroidir lentement pendant environ 0.5 de phase, rester dans une température minimum pendant 0.4 de phase et se réchauffer rapidement en 0.1 de phase.

Toutes les RR Lyrae présentent un comportement semblable à celui de RR Cet avec des amplitudes en température plus ou moins grandes. On constate également pour chacune que la gravité de surface atteint son maximum dans l'intervalle de phase de réchauffement.

2.7 Application

En ce qui concerne RR Cet, chaque point dans la figure 2.12 représentant une mesure en $[B_2 - V_1]_0$ et d détermine, au travers de la grille de Kurucz, une température effective T_{ei} , une gravité de surface $\log(g)_i$, ainsi qu'une correction bolométrique BC_i . Le résultat de ces déterminations pour l'ensemble des mesures apparaît dans les figures 2.19 à 2.21. Rappelons qu'à chacun des points correspond également une mesure de la magnitude visuelle V_i de sorte que l'on possède tout ce qu'il faut pour calculer la variable X_i dans (2.11) pour chaque mesure. Le résultat est présenté sur la figure 2.22.

Mais, au lieu d'appliquer la méthode de Baade-Wesselink sur les mesures directement, une idée serait de l'appliquer sur les courbes qui ajustent les mesures. On peut ainsi déterminer à partir du fit de la figure 2.12 des courbes $T_e(\phi)$, $\log(g)(\phi)$ et $BC(\phi)$. Ces dernières sont représentées dans les figures 2.19 à 2.21. La combinaison des courbes de température, de correction bolométrique et de la courbe ajustée de la magnitude visuelle $V(\phi)$ précédemment décrite permettent alors d'obtenir une courbe $X(\phi)$ comme présentée sur la figure 2.22.

En vertu de la relation linéaire (2.14), on doit s'attendre à ce que la courbe $X(\phi)$ ait la même allure que la courbe $\Delta R(\phi)$. La comparaison de ces deux courbes dans la figure 2.23 montre que ce n'est pas le cas. On peut expliquer cela par le fait que les fits utilisés présentent des petites oscillations qui ont été amplifiées de manière exponentielle lors du calcul de X . On se propose donc, ici, de rejeter la courbe $X(\phi)$ calculée de cette manière et de la remplacer par une courbe $X^*(\phi)$ ajustée aux points X_i . La différence est notable si l'on compare les deux types de courbes dans la figure 2.23.

Avant de pouvoir appliquer définitivement la méthode de Baade-Wesselink, il est question ici de choisir entre l'utilisation des valeurs X_i et $\Delta R_{si} \equiv \Delta R_s(\phi_i)$ des mesures et l'utilisation des

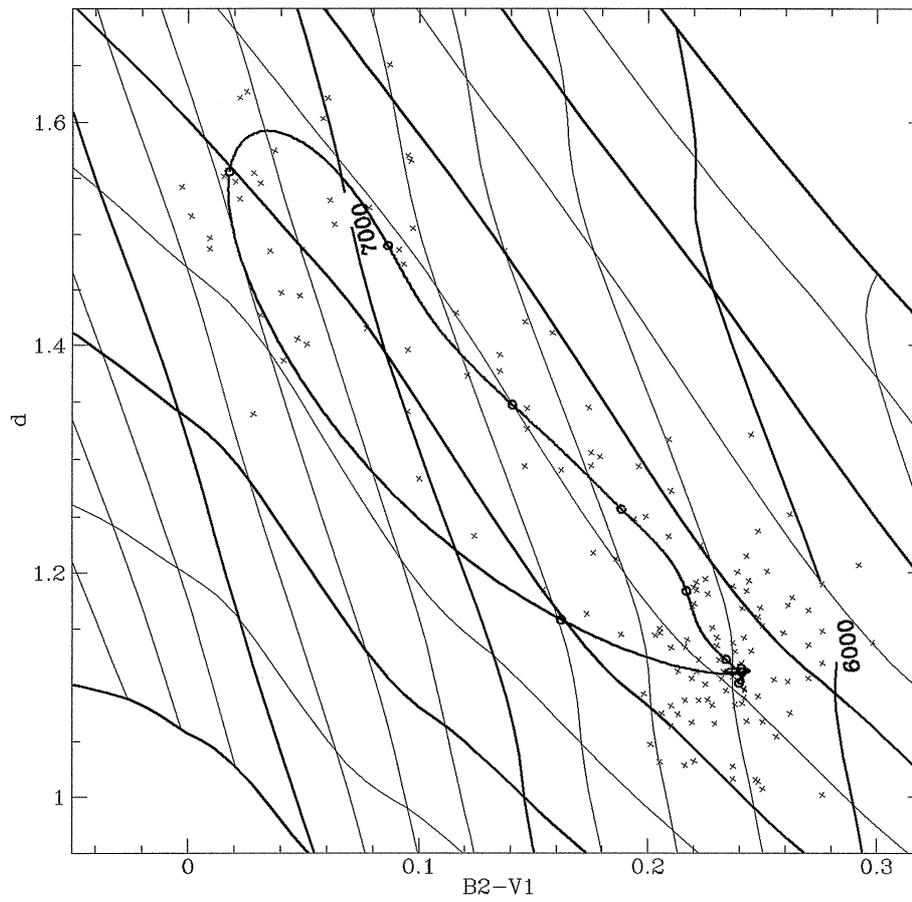


Figure 2.13: Position de BH Peg dans la grille de Kurucz. Tous les dixièmes de phase sont marqués par un o sur la courbe; la phase $\phi = 0.0$ est en haut à gauche.

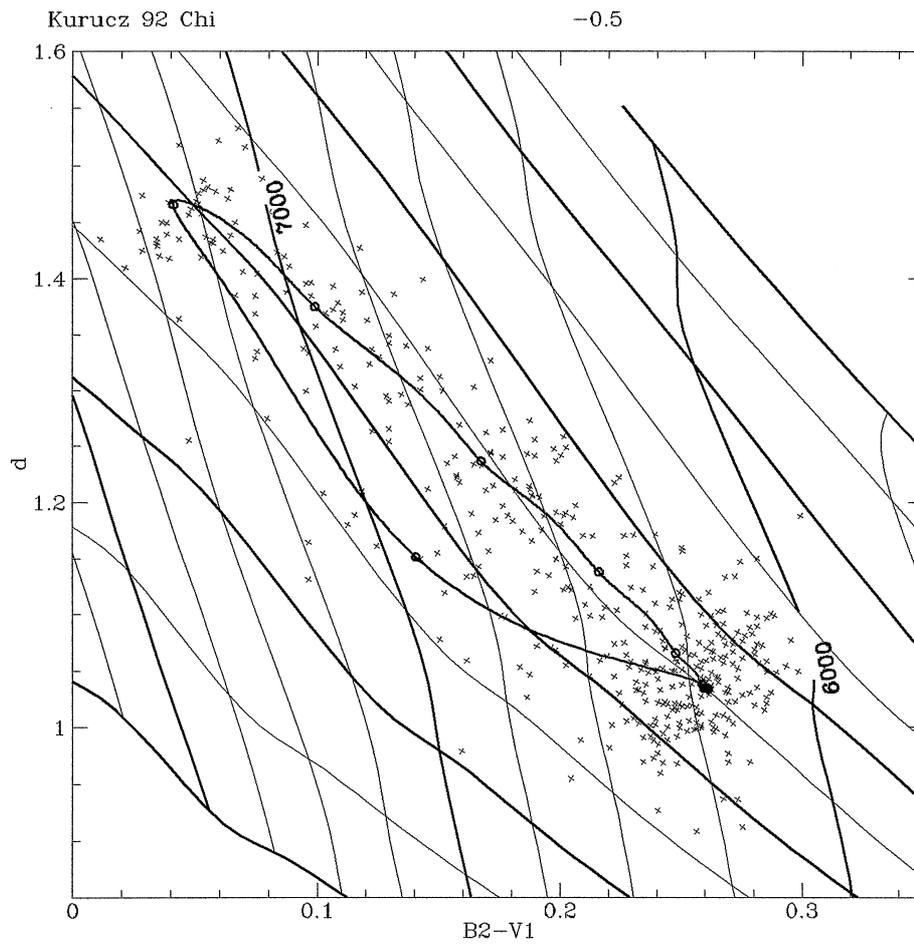


Figure 2.14: Position de DX Del dans la grille de Kurucz. Tous les dixièmes de phase sont marqués par un o sur la courbe; la phase $\phi = 0.0$ est en haut à gauche.

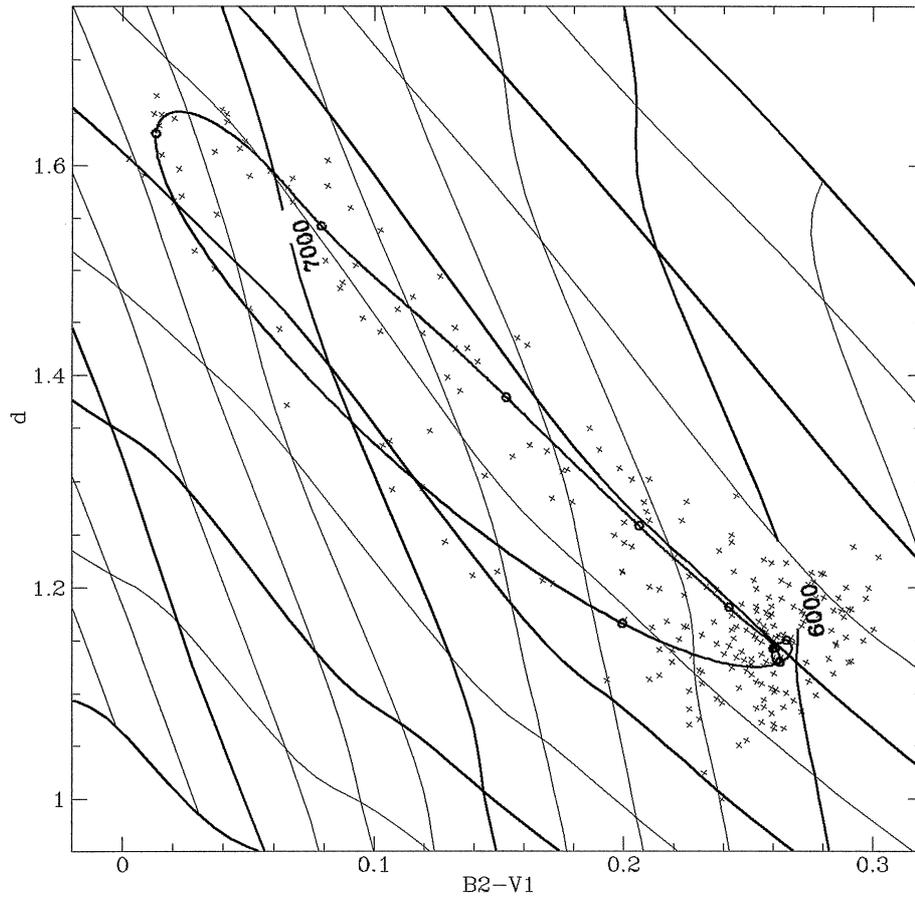


Figure 2.15: Position de RX Eri dans la grille de Kurucz. Tous les dixièmes de phase sont marqués par un o sur la courbe; la phase $\phi = 0.0$ est en haut à gauche.

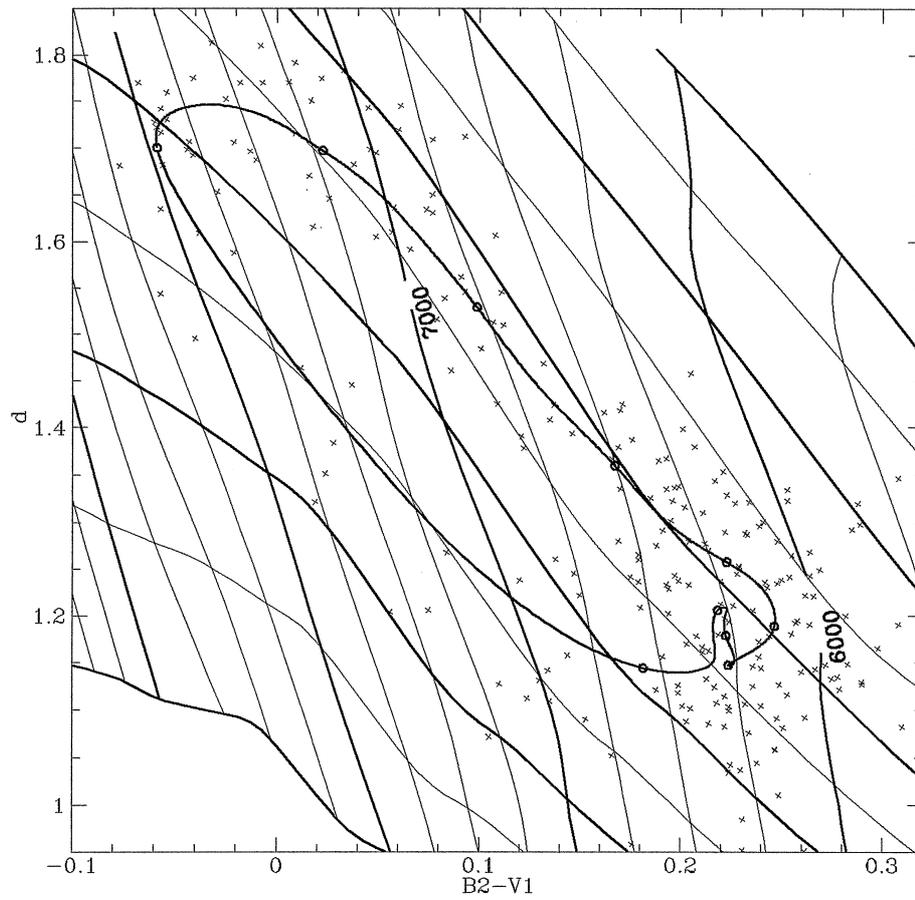


Figure 2.16: Position de SS Leo dans la grille de Kurucz. Tous les dixièmes de phase sont marqués par un o sur la courbe; la phase $\phi = 0.0$ est en haut à gauche.

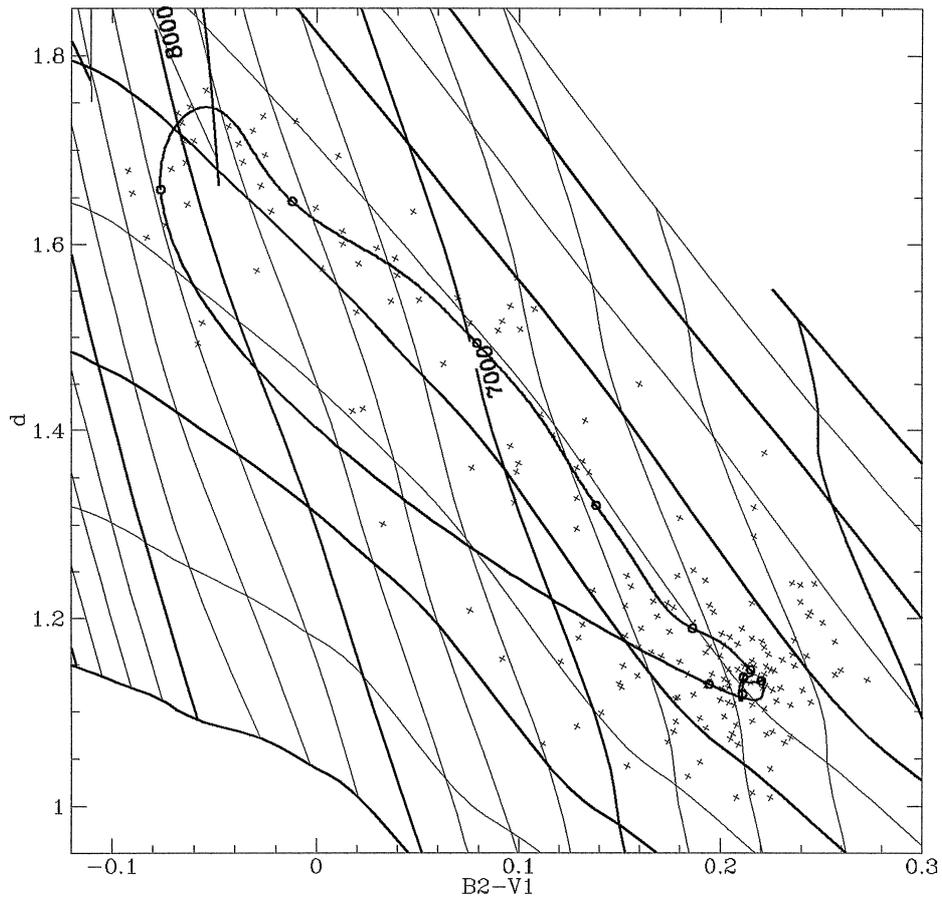


Figure 2.17: Position de UU Vir dans la grille de Kurucz. Tous les dixièmes de phase sont marqués par un o sur la courbe; la phase $\phi = 0.0$ est en haut à gauche.

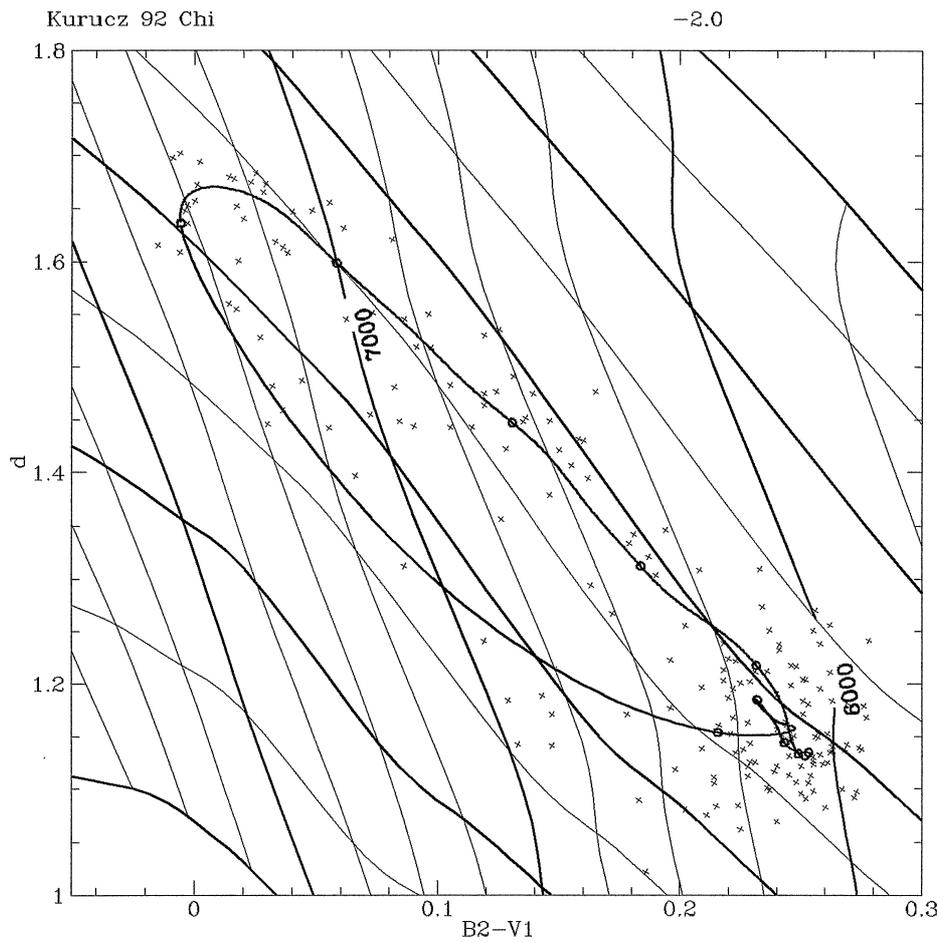


Figure 2.18: Position de X Ari dans la grille de Kurucz. Tous les dixièmes de phase sont marqués par un o sur la courbe; la phase $\phi = 0.0$ est en haut à gauche.

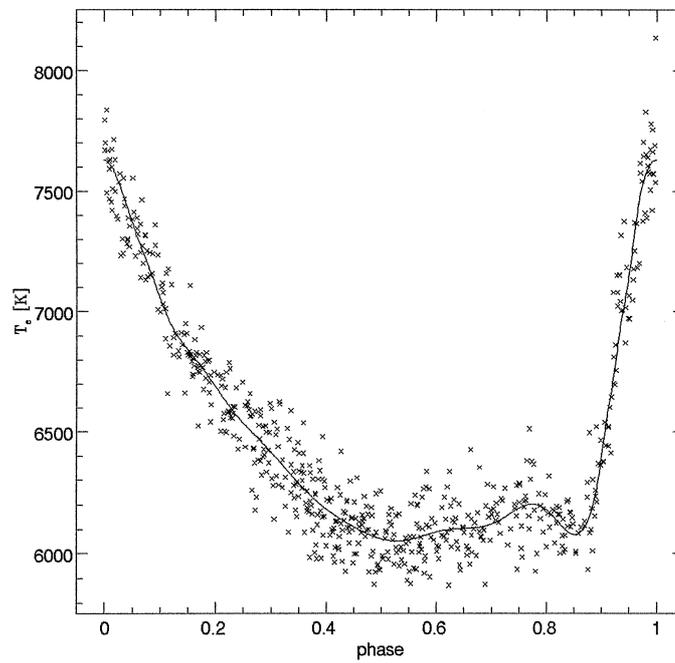


Figure 2.19: Temperatures effectives T_{e_i} obtenues à partir des mesures photométriques de RR Ceti au travers des grilles de Kurucz. La courbe $T_e(\phi)$ est déterminée à partir des fits des mesures photométriques.

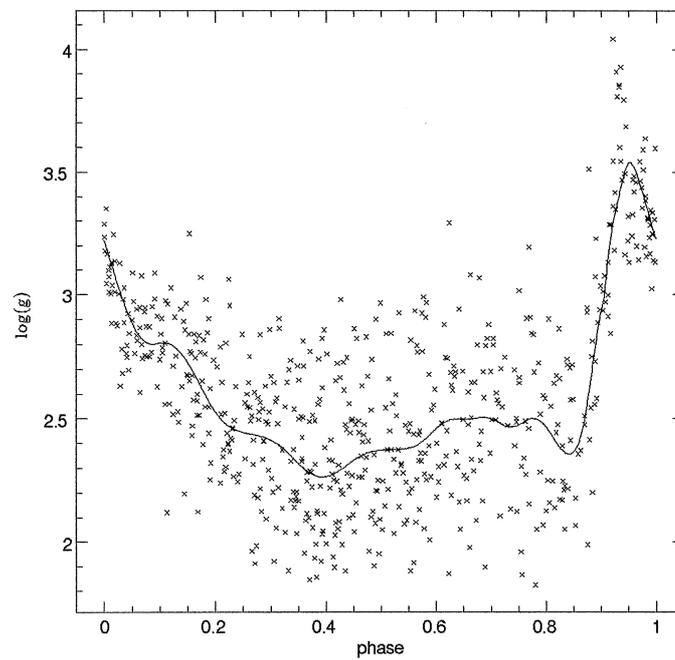


Figure 2.20: Gravités de surface sous forme logarithmique $\log(g)$, obtenues à partir des mesures photométriques de RR Cet au travers des grilles de Kurucz. La courbe $\log(g)(\phi)$ est déterminée à partir des fits des mesures photométriques.

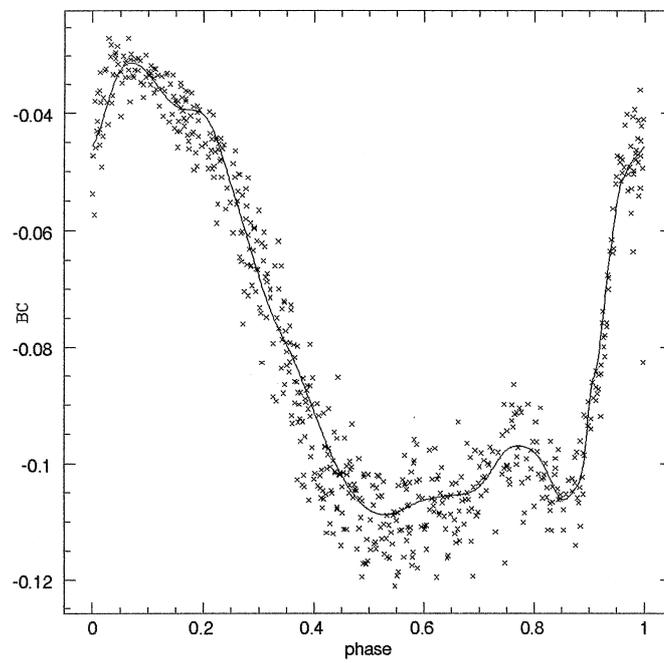


Figure 2.21: Correction bolométriques BC_i obtenues à partir des mesures photométriques de RR Ceti au travers des grilles de Kurucz. La courbe $BC(\phi)$ est déterminée à partir des fits des mesures photométriques.

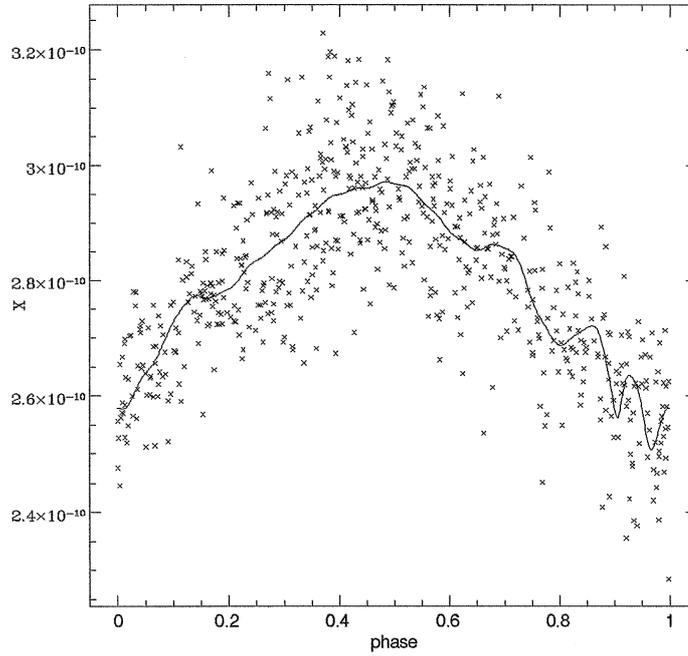


Figure 2.22: Valeurs X_i déterminées à partir des mesures photométriques selon l'équation (2.11), ainsi que la courbe $X(\phi)$ déterminée de la même manière avec les courbes photométriques ajustées.

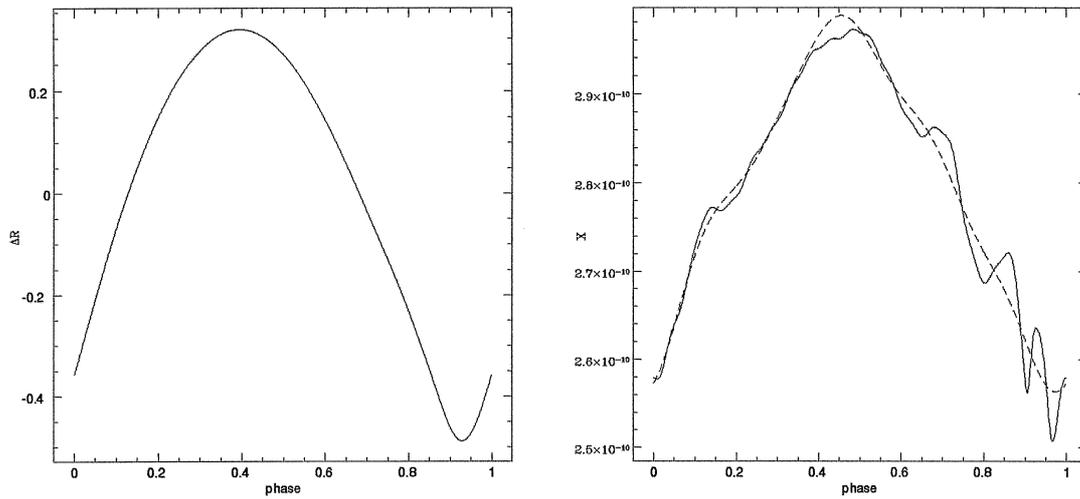


Figure 2.23: RR Cet: Gauche: courbe $\Delta R(\phi)$ obtenue à partir de la courbe de vitesse radiale. Droite: comparaison de la courbe $X(\phi)$ déterminée à partir des courbes photométriques ajustées (trait continu) avec la courbe $X^*(\phi)$ ajustée sur les points X_i (traitillés).

courbes $X^*(\phi)$ et $\Delta R_s(\phi)$ représentées dans la figure 2.23.

Si le choix se porte sur une régression linéaire de X sur ΔR par les points de mesures, le probable désavantage qui en résulte provient de l'inhomogénéité en phase des mesures. Ainsi, si certains intervalles de phase ont plus de "poids" que d'autres, on risque d'introduire un biais notable. Sans compter BH Peg, on apprécie cependant une certaine homogénéité des mesures présentées à la section 2.2, ce qui laisse espérer que ce biais n'est pas important. Un doute subsiste pour BH Peg, mais on décide de la traiter de manière identique aux autres étoiles.

L'avantage acquis par le traitement direct des mesures est le fait de s'affranchir des fits et des problèmes qui ont été invoqués au paragraphe 2.2.2. Mais abandonner les fits consiste également à abandonner la possibilité de traiter tous les points de phase avec le même poids. Jusqu'à maintenant donc, les deux applications s'équivalent.

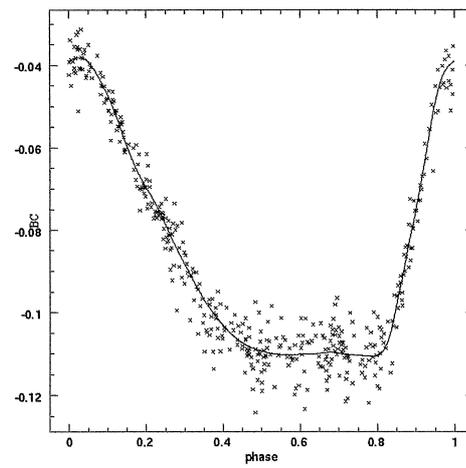
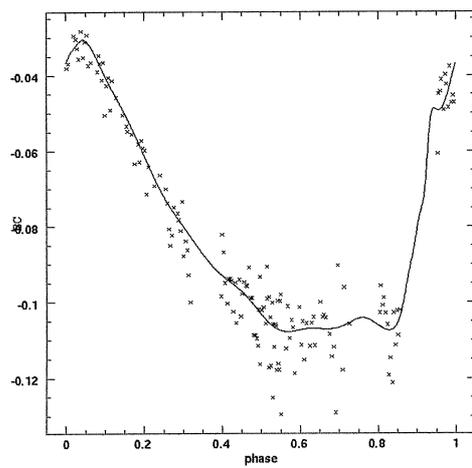
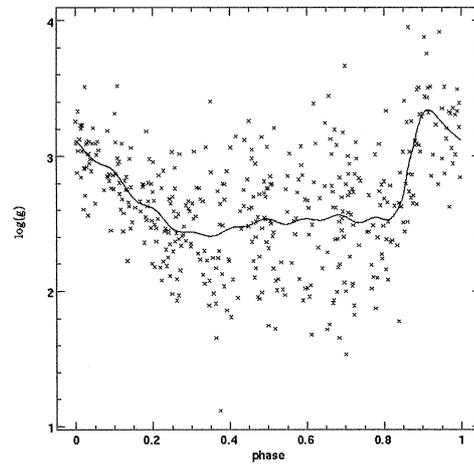
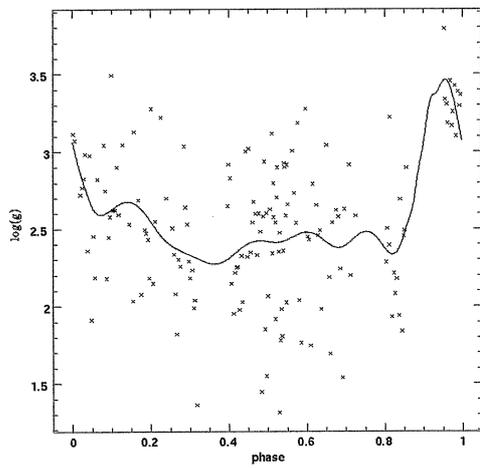
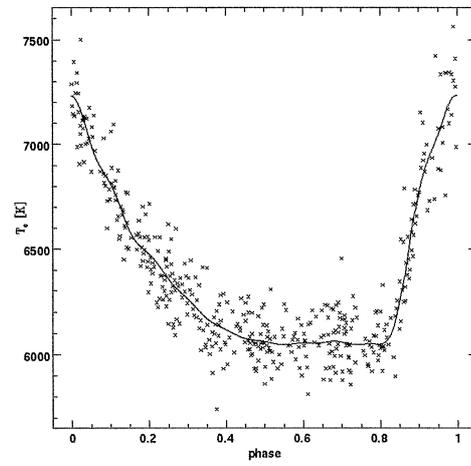
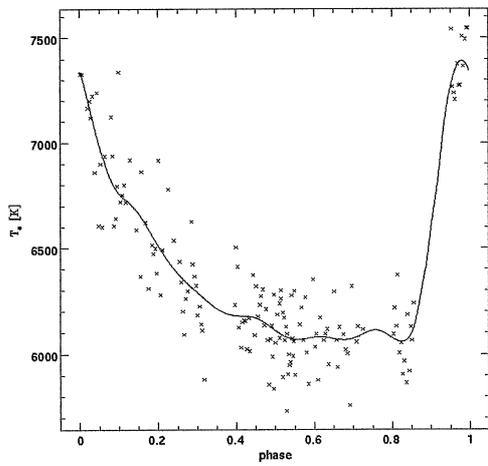


Figure 2.24: Courbes T_e , $\log(g)$ et BC de BH Peg déterminées au travers des modèles de Kurucz

Figure 2.25: Courbes T_e , $\log(g)$ et BC de DX Del déterminées au travers des modèles de Kurucz

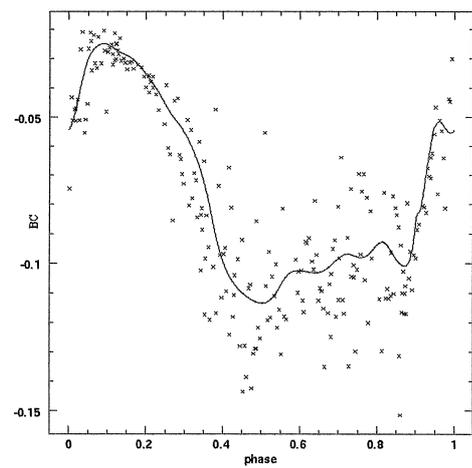
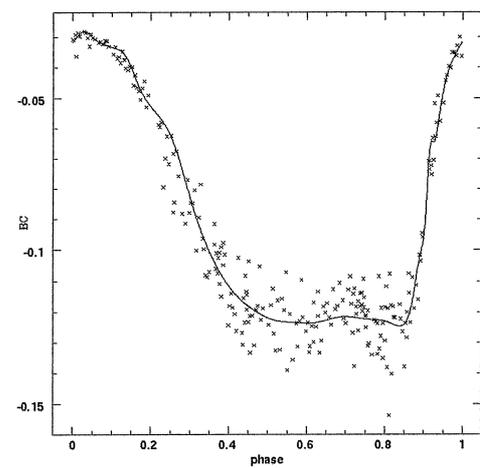
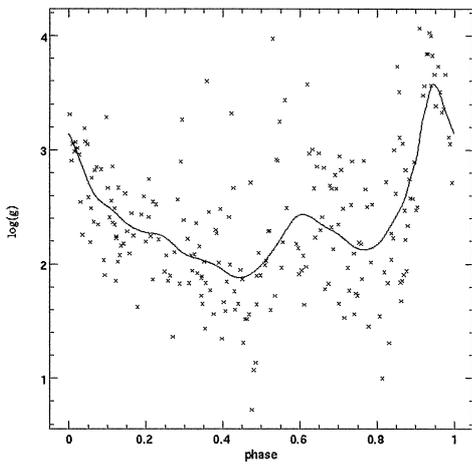
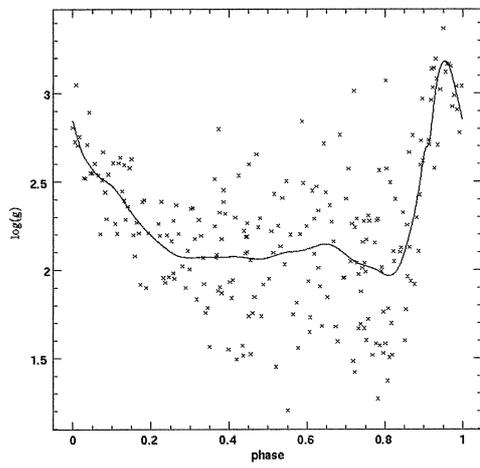
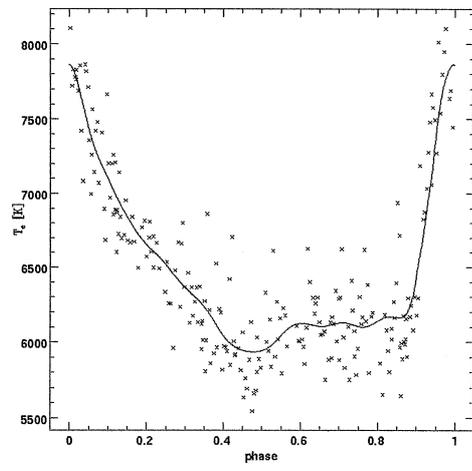
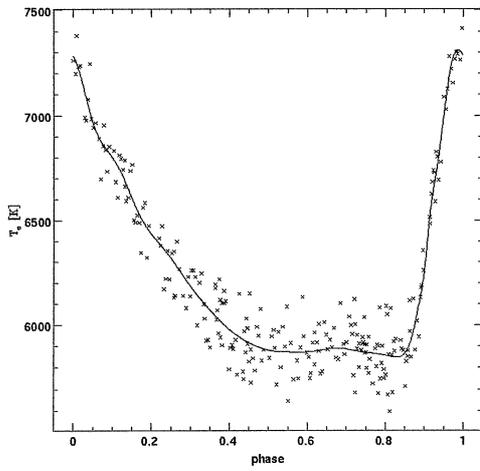


Figure 2.26: Courbes T_e , $\log(g)$ et BC de RX Eri déterminées au travers des modèles de Kurucz

Figure 2.27: Courbes T_e , $\log(g)$ et BC de SS Leo déterminées au travers des modèles de Kurucz

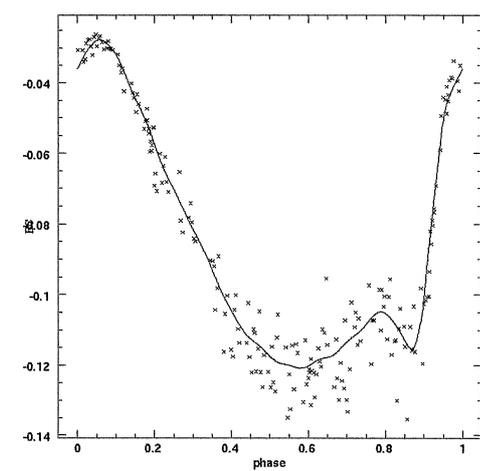
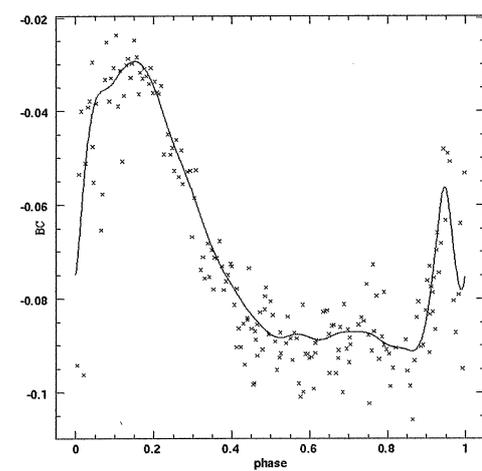
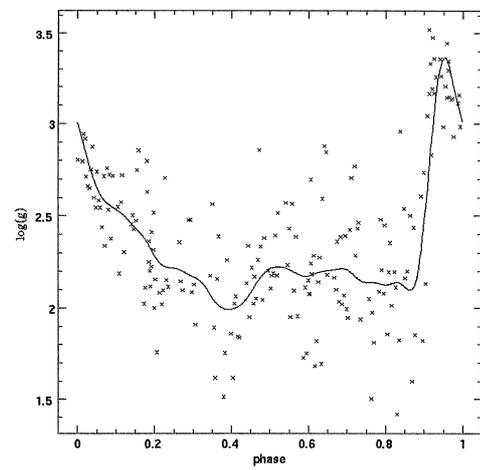
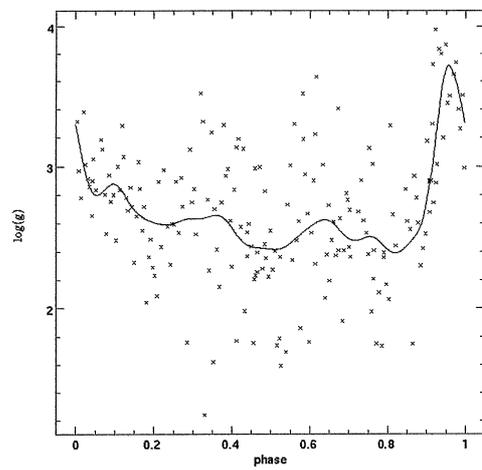
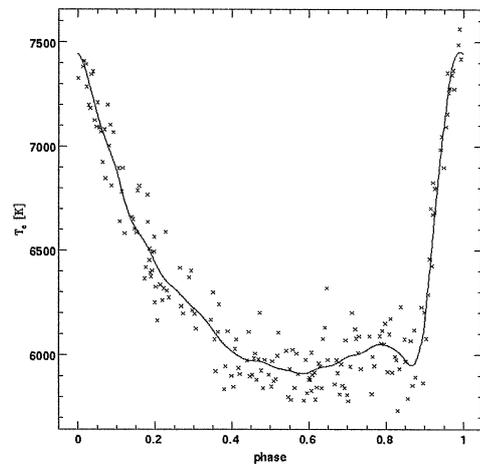
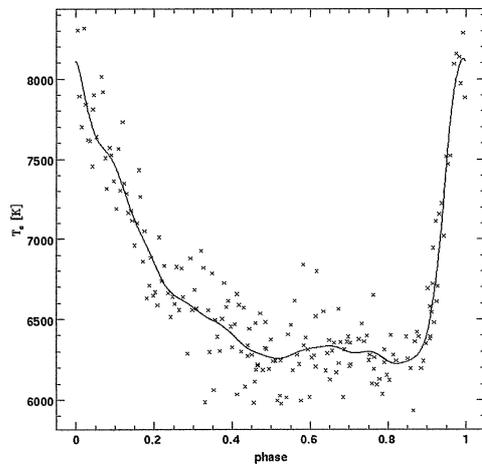


Figure 2.28: Courbes T_e , $\log(g)$ et BC de UU Vir déterminées au travers des modèles de Kurucz

Figure 2.29: Courbes T_e , $\log(g)$ et BC de X Ari déterminées au travers des modèles de Kurucz

En application de la méthode de Baade-Wesselink, on construit le diagramme $(X_i, \Delta R_i)$ pour les mesures de RR Cet en figure 2.30. On constate que les points semblent être distribués autour d'une droite. Il est alors intéressant d'y ajouter la combinaison de la courbe $\Delta R_s(\phi)$ avec le fit $X^*(\phi)$. En effet, la combinaison de ces deux courbes révèle sur la figure 2.30 une boucle allongée. Si on applique la régression linéaire sur tous les points de la figure 2.30, c'est-à-dire

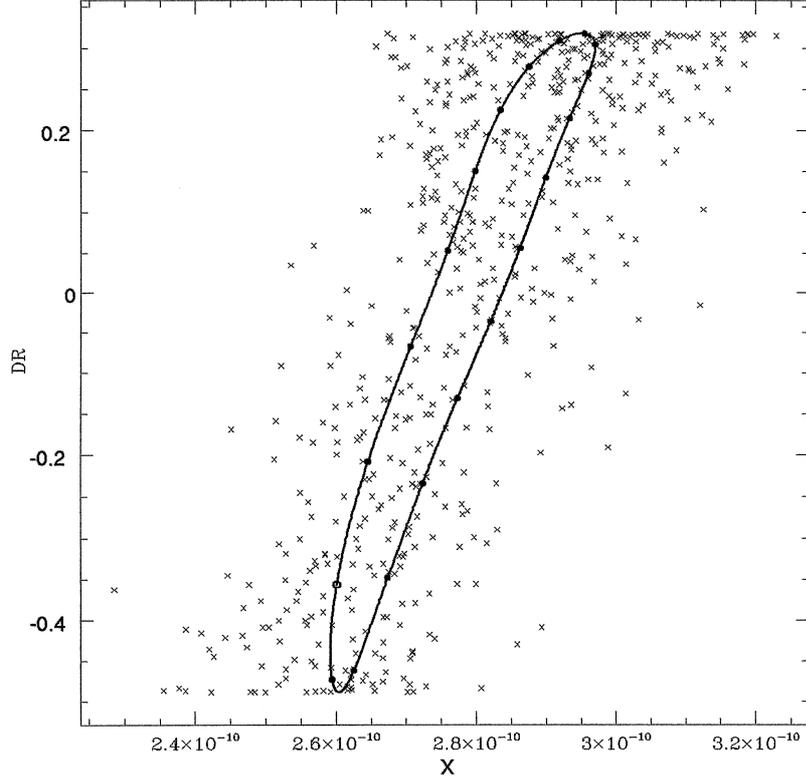


Figure 2.30: Diagramme $(X_i, \Delta R_i)$ et diagramme $(X^*(\phi), \Delta R_s(\phi))$ de RR Cet. Le rond blanc (o) correspond à $\phi = 0.0$ et chaque rond noir (•) marque 0.05 de phase. La boucle est parcourue dans le sens des aiguilles d'une montre.

sur tout le cycle de pulsation, on peut obtenir entre autre une première estimation de la courbe de variation du rayon photométrique de l'étoile $\Delta R_p(\phi)$ via les données photométriques et la comparer avec la courbe spectroscopique $\Delta R_s(\phi)$ obtenue par intégration de la vitesse radiale. On procède comme suit.

A partir des valeurs X_i des mesures, on déduit ΔR_{p_i} par la formule (2.14):

$$\Delta R_{p_i} = \frac{1}{B} X_i - \frac{A}{B} \quad (2.39)$$

(La courbe $\Delta R_p(\phi)$ est équivalente à un fit des points ΔR_{p_i}).

On peut faire une autre détermination de la courbe $\Delta R_s(\phi)$ en effectuant la régression linéaire sur la boucle de la figure 2.30, puis utiliser l'équation (2.39) de manière semblable avec le fit

$X^*(\phi)$ des valeurs X_i précédemment effectué (figure 2.23 droite). Cependant, on ne retiendra pas cette manière pour des raisons qui suivront.

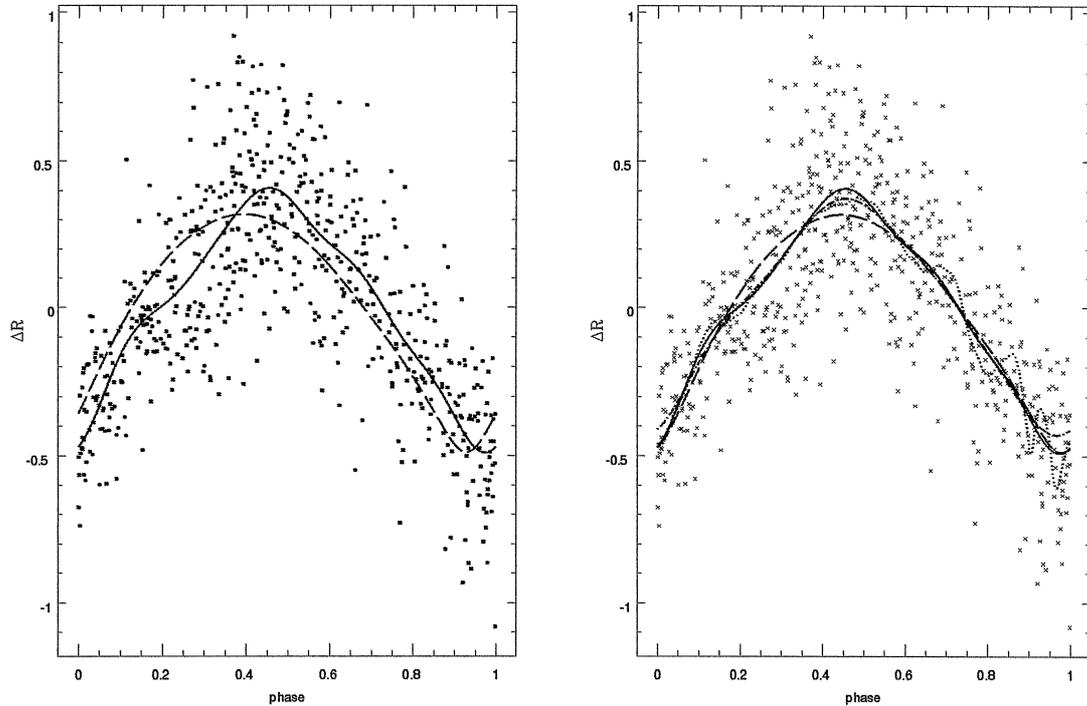


Figure 2.31: Comparaison des points ΔR_{p_i} et leur fit $\Delta R_p(\phi)$, obtenus par la voie photométrique, avec la courbe ΔR_s spectroscopique. Long traitillés: $\Delta R(\phi)$; pointillés: $X(\phi)$; ligne continue: $X^*(\phi)$ à 5 harmoniques sans facteurs de Lanczos; trait-point: idem avec facteurs de Lanczos. A gauche: les courbes sont déphasées; à droite: les courbes sont mises en phase.

On constate qu'il y a un déphasage entre la courbe photométrique et la courbe spectroscopique. Pour RR Ceti, le déphasage est estimé à 0.050 de phase. Dans ce cas, la boucle constatée en figure 2.30 est essentiellement une courbe de Lissajou. Ce type de déphasage a déjà été rencontré par d'autres auteurs sur le même sujet (par. ex. Jones et al., 1988). Une des explications possibles est que les données spectroscopiques et photométriques proviennent de profondeurs différentes qui sont légèrement déphasées. Dans le plus simple des cas, ce déphasage serait constant et on pourrait donc appliquer une translation de phase pour accorder les deux courbes. Cependant, sur la base de modèles d'atmosphère, McDonald (1977) indique que la séparation entre le lieu où naissent les raies et le lieu où naît le continu est d'environ 10^4 km, ce qui est petit par rapport à l'amplitude de pulsation radiale, environ $5.6 \cdot 10^5$ km. La vitesse du son est en outre assez élevée pour que les différences de phase excédant 20 minutes soient rapidement éliminées. Cependant, on observe que le déphasage pour RR Ceti correspond à une différence de temps d'environ 40 minutes.

Jones, Carney et Latham (1988) constatant un déphasage pour toutes les RR Lyrae qu'ils étudient, supposent qu'il est corrélé aux indices de couleurs utilisés pour la méthode de Baade-Wesselink. Ainsi ils donnent pour possible explication du déphasage le fait que le continu se forme à différentes profondeurs physiques de l'étoile à des longueurs d'onde différentes. Si la structure en température d'une atmosphère de RR Lyrae diffère de celle d'une étoile statique, on est en droit de penser que la distribution du flux du continu diffère également. Si on prend des indices de couleur $C_{ij} = m_i - m_j$ dont m_i et m_j sont des filtres centrés sur des longueurs d'onde

du continu qui se forment à la même profondeur, on ne serait probablement plus affecté d'un déphasage. En exemple, Jones et al. montrent que pour X Ari à $T_e=6500$ K, $\log(g)=2.5$ et $[M/H]=-2$, le continu aux longueurs d'onde sur lesquelles les filtres V et K sont centrés se forme essentiellement à la même profondeur. Par contre, cela n'est plus vrai lorsque $T_e=6000$ K.

Une relation entre la distribution du flux du continu et la température suggère que le déphasage qu'on constate est différentiel, à savoir que le rapport des profondeurs relatives du continu dans l'intervalle de longueur d'onde des filtres considérés n'est pas constant le long du cycle de pulsation.

En guise de test supplémentaire du déphasage, on a la possibilité de comparer directement la gravité obtenue par mesures photométriques avec la gravité de surface effective déduite à partir de la vitesse radiale, un rayon et une masse arbitraires de $6.7 R_\odot$ et $0.6 M_\odot$ respectivement via la formule (2.29) – figure 2.32.

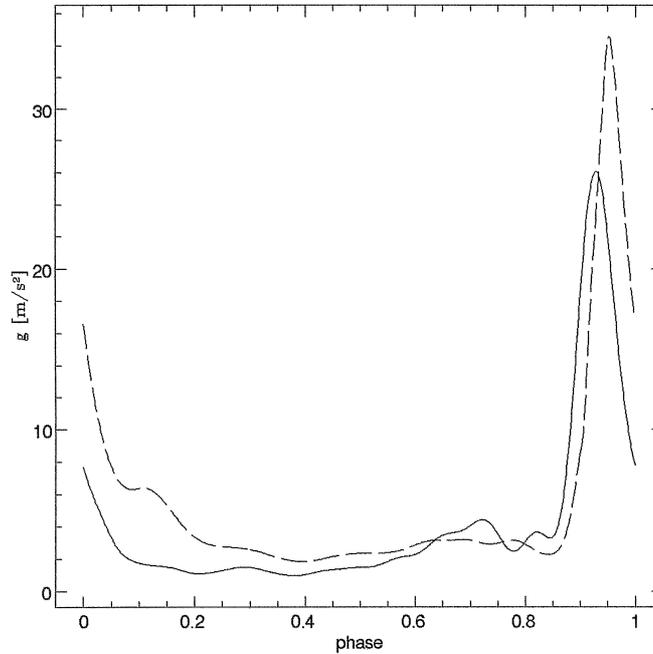


Figure 2.32: Comparaison entre la gravité de surface "photométrique" (en traitillés) obtenue par les grilles de Kurucz et la gravité de surface "spectroscopique" (en trait plein) effective calculée selon l'équation (2.29) de RR Cet.

Remarque: Le fait que la courbe de gravité obtenue par la photométrie ait un comportement pareil à la courbe "spectroscopique" de gravité, notamment en présentant un pic prononcé, montre que les couches de l'atmosphère responsables de la formation du spectre continu subissent une gravité de surface effective selon l'équation (2.29) et non pas seulement une gravité due à la masse de l'étoile.

Dans le tableau 2.9 sont consignés, pour chaque étoile, le déphasage $\Delta\phi_{\Delta R}$ constaté entre la courbe $\Delta R_s(\phi)$ et $\Delta R_p(\phi)$, ainsi que le déphasage $\Delta\phi_g$ entre la gravité de surface effective spectroscopique et la gravité de surface photométrique. On les compare avec le déphasage $\Delta\phi_\sigma$

nécessaire pour minimiser l'écart-type résiduel de la régression linéaire de X_i sur ΔR_{s_i} . Précisons que les valeurs de la table 2.9 correspondent au déphasage de la courbe de vitesse radiale $\Delta R_s(\phi)$.

Etoile	$\Delta\phi_{\Delta R}$	$\Delta\phi_{\sigma}$	$\Delta\phi_g$
BH Peg		0.025	0.047
DX Del	0.045	0.043	0.016
RR Cet	0.050	0.050	0.023
RX Eri	0.083	0.079	0.036
SS Leo		0.011	0.001
UU Vir	0.011	0.009	0.010
X Ari	0.075	0.074	0.066

Table 2.9: Déphasage $\Delta R_{\Delta R}$ entre la courbe $\Delta R_s(\phi)$ et $\Delta R_p(\phi)$, déphasage $\Delta\phi_{\sigma}$ qui minimise l'écart-type résiduel de la régression linéaire de X_i sur ΔR_{s_i} et déphasage $\Delta\phi_g$ entre la gravité de surface effective spectroscopique et la gravité de surface photométrique.

Les critères pour $\Delta\phi_{\Delta R}$ et $\Delta\phi_g$ ne sont pas les mêmes. $\Delta\phi_{\Delta R}$ est obtenu en minimisant l'écart-type de la courbe $(\Delta R_p(\phi) - \Delta R_s(\phi))$, ce qui est un critère global de déphasage, valable pour des courbes desquelles leurs formes diffèrent peu. $\Delta\phi_g$ est obtenu en mesurant l'écart des 2 pics bien définis de g, ce qui est plutôt un critère local de déphasage.

Chaque étoile présente un déphasage qui est plus ou moins important: on observe également une courbe de Lissajou dans les diagrammes $(X, \Delta R)$ dans les figures 2.35, 2.38, 2.41, 2.44. La partie de gauche des figures 2.37, 2.40, 2.43 et 2.46 compare les courbes $\Delta R_p(\phi)$ et $\Delta R_s(\phi)$. A droite des mêmes figures, les deux courbes sont mises en phase de la même manière que pour RR Cet. Pour compléter la description du déphasage, on présente dans les figures 2.36, 2.39, 2.42, 2.45, 2.47, 2.48 la courbe "spectroscopique" et "photométrique" de la gravité de surface g.

On conclut qu'à l'évidence il existe un déphasage entre les courbes spectroscopiques et les courbes photométriques. Son origine reste une supposition. Le fait que les déphasages globaux des courbes $\Delta R_p(\phi)$ et $\Delta R_s(\phi)$ sont différents des déphasages locaux $\Delta\phi_g$ des courbes de gravité est un argument qui va dans le sens d'un déphasage différentiel. Il reste à vérifier l'effet du déphasage sur la régression linéaire de X sur ΔR .

En mettant en phase la courbe $\Delta R_s(\phi)$ avec la courbe $X^*(\phi)$, on constate que la pente obtenue par régression linéaire sur tout le cycle de pulsation varie. Cette variation de la pente affecte la détermination de la distance de l'étoile et par conséquent sa magnitude absolue. Les variations en magnitude absolue sont exprimées dans la section 3.3. La figure 2.33 montre l'effet introduit sur la boucle de la figure 2.30 lorsqu'on minimise le déphasage. On observe un aplatissement de la boucle. Cependant, on remarque un changement de pente au voisinage de ΔR minimum et ΔR maximum, à savoir, au voisinage du rayon minimum et maximum respectivement. Cet effet aux extrémités pourrait être interprété comme une évidence d'un phénomène physique violant une ou plusieurs hypothèses de la méthode de Baade-Wesselink. On doit cependant, en préalable à toutes discussions sur ce sujet, s'assurer s'il ne s'agit pas là encore d'un problème mathématique lié au type de fit utilisé. Pour ce faire, on déduit des valeurs X_{i0} à partir de la

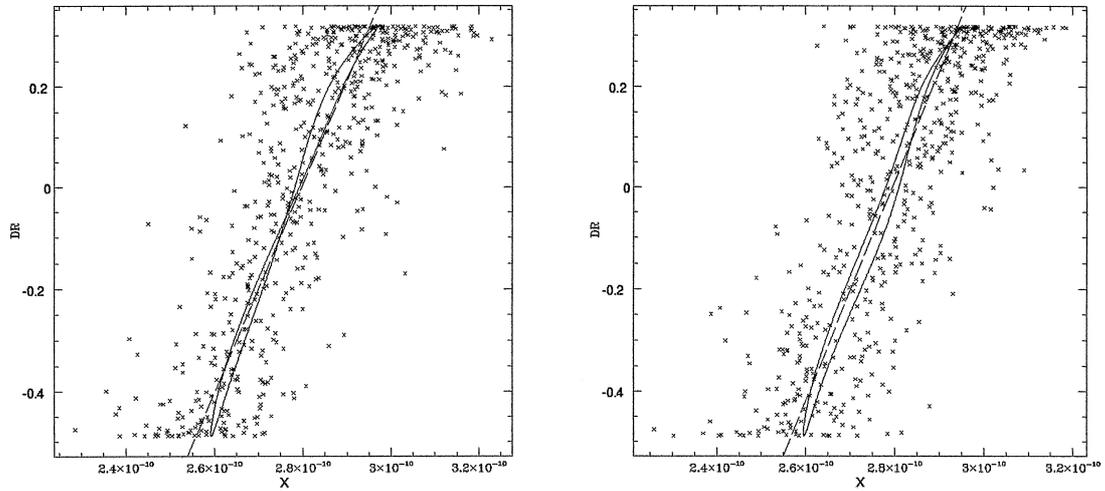


Figure 2.33: RR Cet: à gauche: même diagramme que dans la figure 2.30 avec mise en phase de $\Delta\phi_{\Delta R}$ de la vitesse radiale; à droite: même diagramme que dans la figure 2.30 pour un modèle de valeurs \tilde{X}_i , la courbe de vitesse radiale étant la même que dans la figure de gauche.

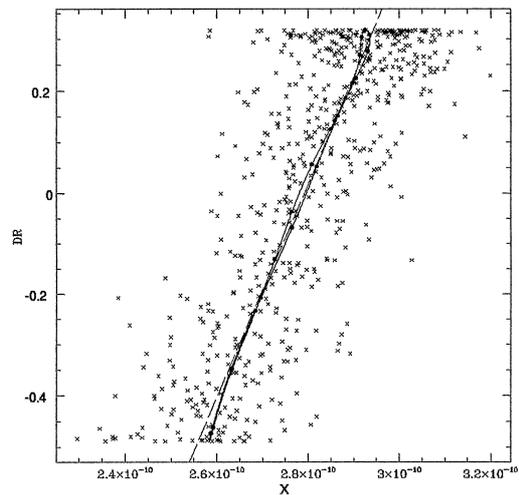


Figure 2.34: RR Cet: même diagramme que dans la figure 2.33 (droite) pour un modèle de valeurs \tilde{X}_i ; avec un tirage aléatoire différent.

courbe "spectroscopique" $\Delta R_s(\phi)$ en utilisant l'équation (2.14).

$$X_{i0} = B\Delta R_s(\phi_i) + A$$

ϕ_i est la phase qui correspond à une mesure effectuée en photométrie. Les paramètres A et B sont déterminés par application de la méthode de Baade-Wesselink sur les couples discrets $(X_i, \Delta R_{si})$ des mesures sur tout le cycle de pulsation, afin d'obtenir des valeurs proches de la réalité. Ensuite, on suppose que les valeurs X_i obtenues par la photométrie s'expriment à partir de X_{i0} par

$$X_i = X_{i0} + \xi_i$$

où ξ_i est un "bruit" de distribution normale autour de zéro.

On se propose alors de créer un modèle de valeurs \tilde{X}_i

$$\tilde{X}_i = X_{i0} + \tilde{\xi}_i$$

où le bruit $\tilde{\xi}_i$ est obtenu par tirage aléatoire en suivant une distribution normale tronquée $f_n(\theta)$

$$f_n(\theta) = \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\sigma_X^2}\right) \quad \text{si} \quad \theta \in [-5\sigma_X; 5\sigma_X]$$

$$f_n(\theta) = 0 \quad \text{sinon}$$

θ est un nombre aléatoire, $0 < \theta < 1$. On pose $\sigma_X = 1.1 \cdot 10^{-11}$, ce qui est en moyenne l'écart-type résiduel des fits des mesures X_i effectués sur les 7 RR Lyrae.

Ceci constitue un modèle de distribution des valeurs X_i en fonction de la phase. On ajuste ensuite une courbe en série de Fourier $\tilde{X}(\phi)$ sur les points \tilde{X}_i en gardant les mêmes paramètres que le fit $X^*(\phi)$ (nombre d'harmoniques, application des facteurs de Lanczos, etc...). Considérant la courbe $\tilde{X}(\phi)$ que l'on vient d'obtenir et la courbe $\Delta R_s(\phi)$, à priori sans déphasage entre elles, on peut effectuer la comparaison entre les mesures en figure 2.33 (gauche) et le modèle en figure 2.33 (droite) et 2.34.

On constate que la boucle qui ajuste un des modèles a le même comportement au voisinage du rayon maximum et minimum de l'étoile que la boucle qui ajuste les valeurs des mesures. Ceci montre que le changement de pente dans ces deux voisinages est en partie, sinon totalement, dû à la qualité des fits. Le comportement de la boucle au voisinage du rayon minimum s'explique aisément par l'amortissement introduit par les facteurs de Lanczos dans le fit. L'effet de cet amortissement est montré dans la figure 2.31 à droite. On remarque par ailleurs qu'à part RR Cet, les autres RR Lyrae ont une courbe $\Delta R_p(\phi)$ qui n'ajuste pas bien la courbe $\Delta R_s(\phi)$ au voisinage du minimum à cause de l'emploi des facteurs de Lanczos. Vue l'homogénéité et la densité en phase des mesures de RR Cet, l'utilisation de la courbe $X^*(\phi)$ sans facteurs de Lanczos est acceptable et permet d'éviter le mauvais ajustement au rayon minimum. Mais cela est moins acceptable pour les autres RR Lyrae qui ont finalement un fit de meilleure qualité avec l'application des facteurs de Lanczos. Par contre, le comportement au rayon maximum démontre la grande sensibilité du fit à la répartition des points. En outre, le fit de \tilde{X}_i introduit un déphasage aléatoire avec $\Delta R_s(\phi)$, ce qui fait qu'il est possible d'observer une boucle et non pas une droite.

Tout contribue à croire que l'on introduirait un biais si on appliquait sans précautions la méthode de Baade-Wesselink avec les fits. En conclusion de cela, on préconise d'appliquer la méthode de Baade-Wesselink sur les points et non pas sur les fits.

Il reste alors à quantifier l'erreur produite par le déphasage entre les données spectroscopiques et les données photométriques dans notre méthode. Cette discussion est laissée au paragraphe 3.2.5.

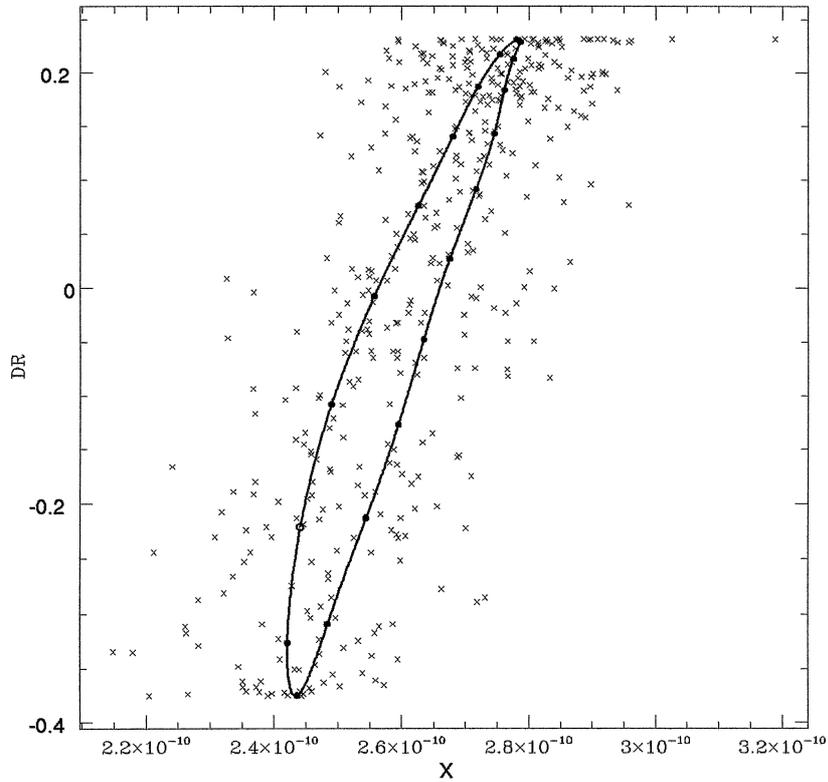


Figure 2.35: Diagramme $(X_i, \Delta R_i)$ et diagramme $(X^*(\phi), \Delta R_s(\phi))$ de DX Del.

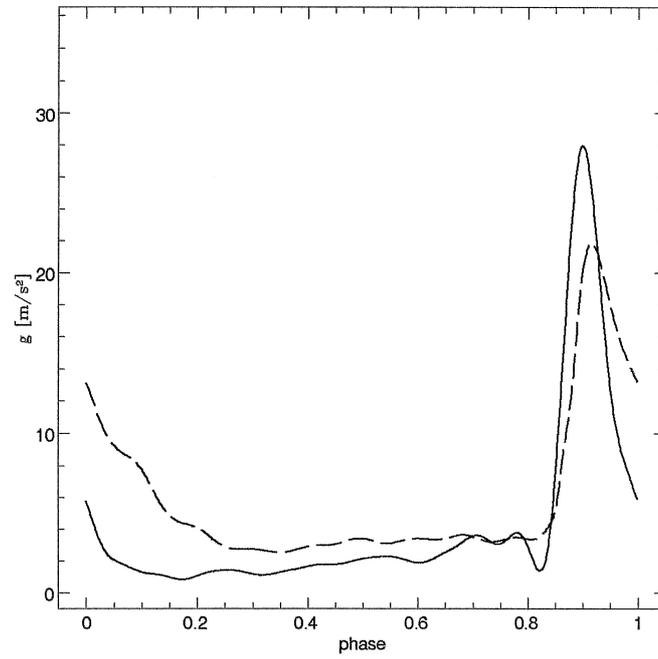


Figure 2.36: Comparaison de g "photométrique" (en traitillés) et "spectroscopique" (en trait continu) de DX Del

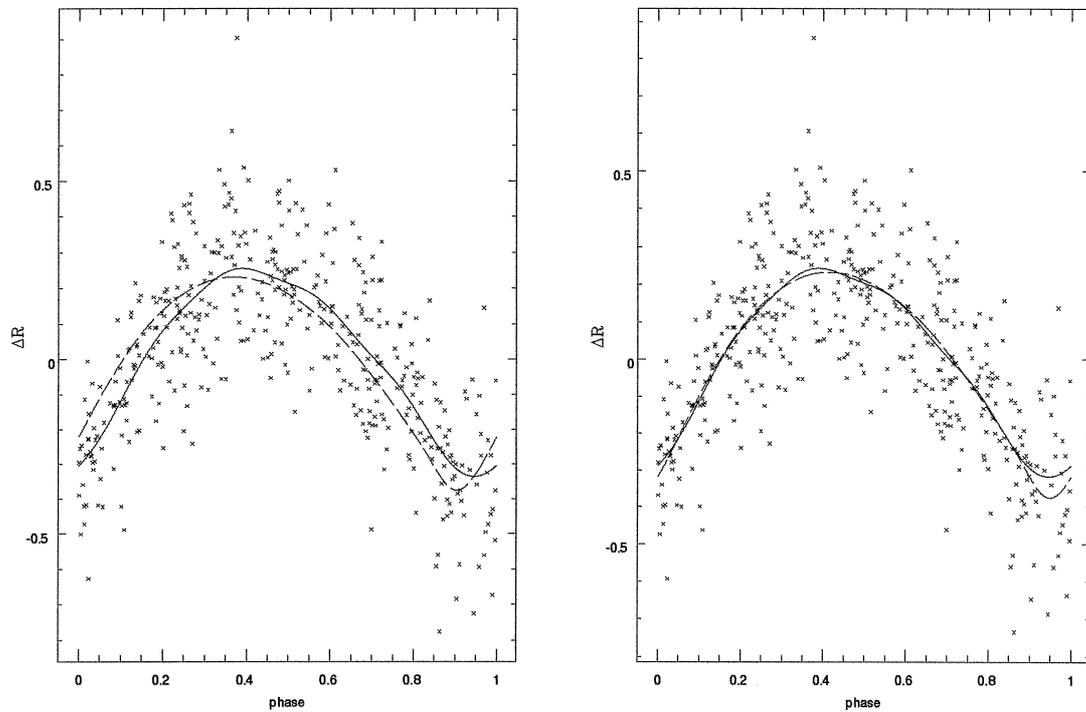


Figure 2.37: Gauche: Même diagramme que dans la figure 2.31 gauche pour DX Del. Droite: Même figure avec mise en phase.

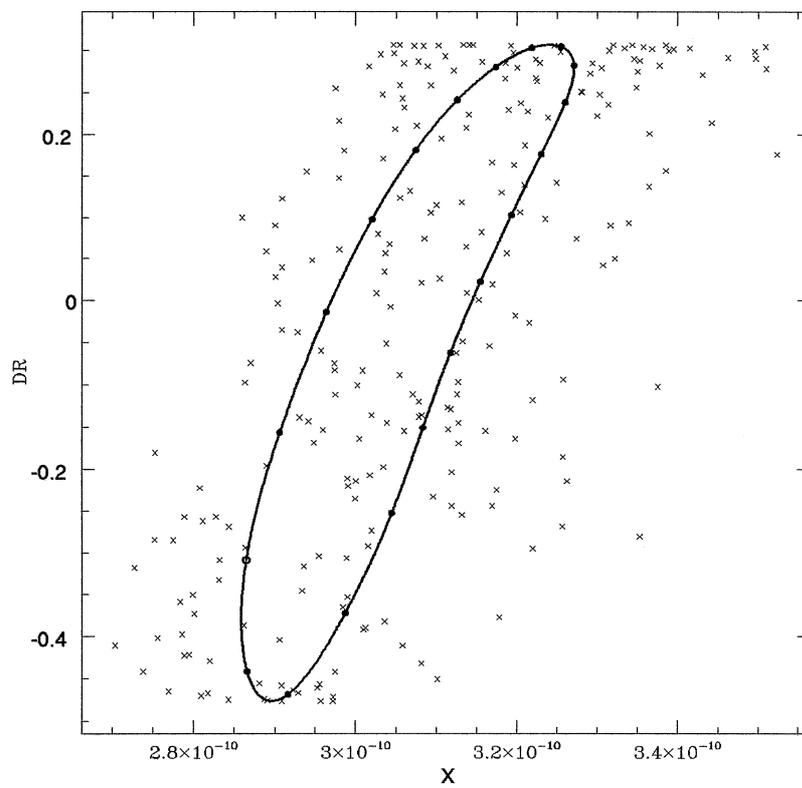


Figure 2.38: Diagramme $(X_i, \Delta R_i)$ et diagramme $(X^*(\phi), \Delta R_s(\phi))$ de RX Eri.

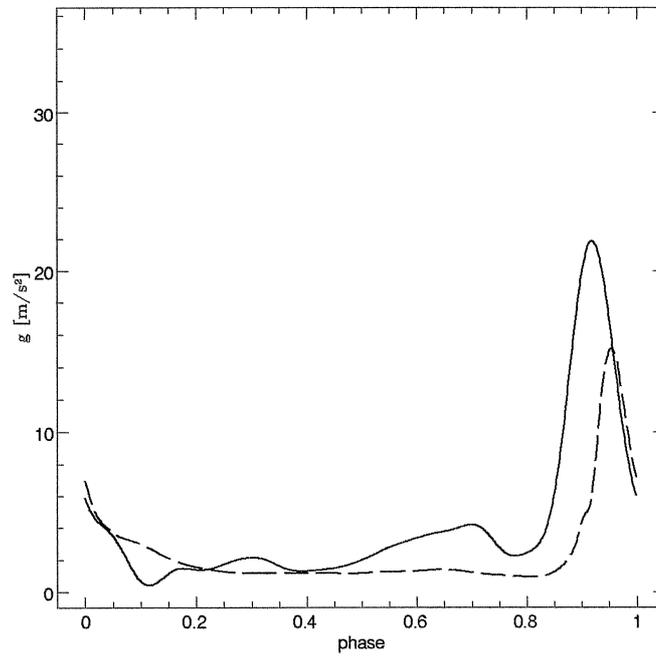


Figure 2.39: Comparaison de g "photométrique" (en traitillés) et "spectroscopique" (en trait continu) de RX Eri

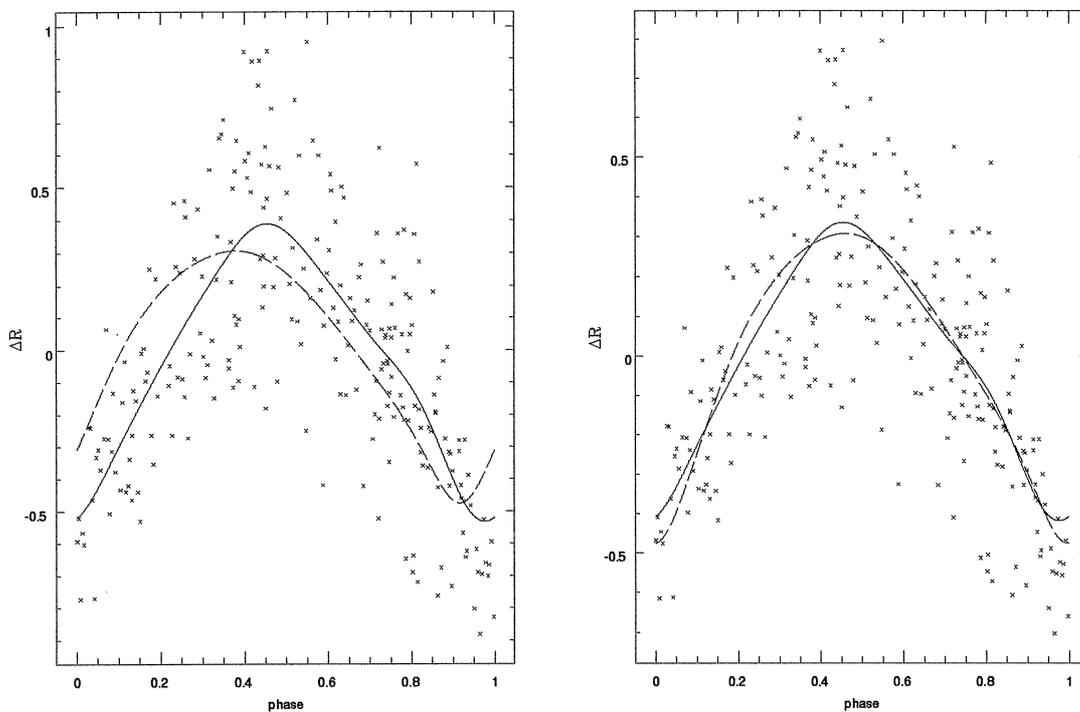


Figure 2.40: Gauche: Même diagramme que dans la figure 2.31 gauche pour RX Eri. Droite: Même figure avec mise en phase.

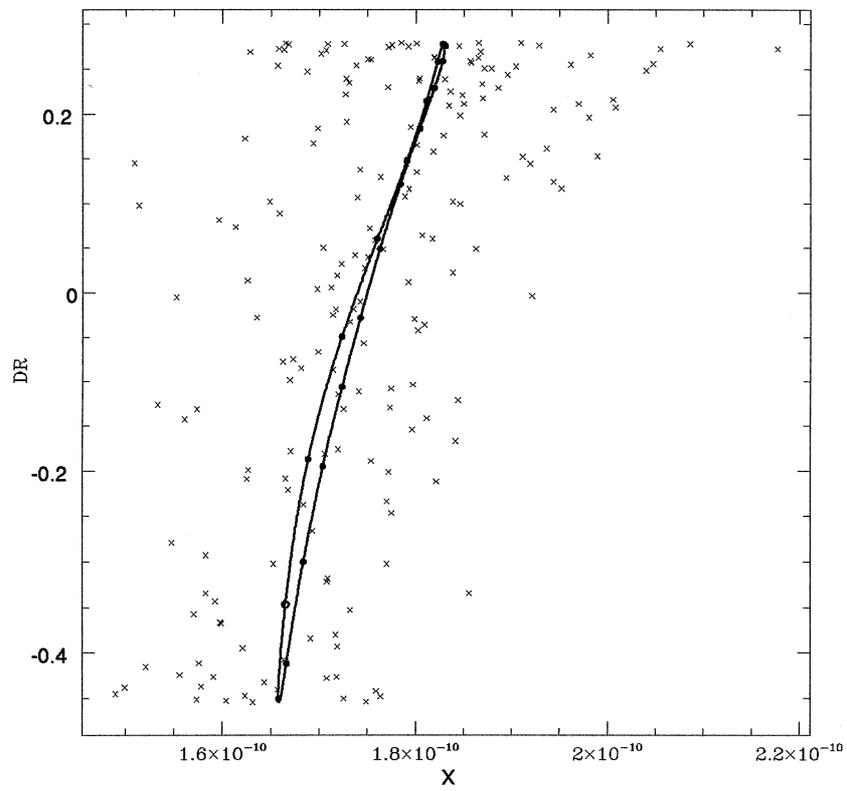


Figure 2.41: Diagramme $(X_i, \Delta R_i)$ et diagramme $(X^*(\phi), \Delta R_s(\phi))$ de UU Vir.

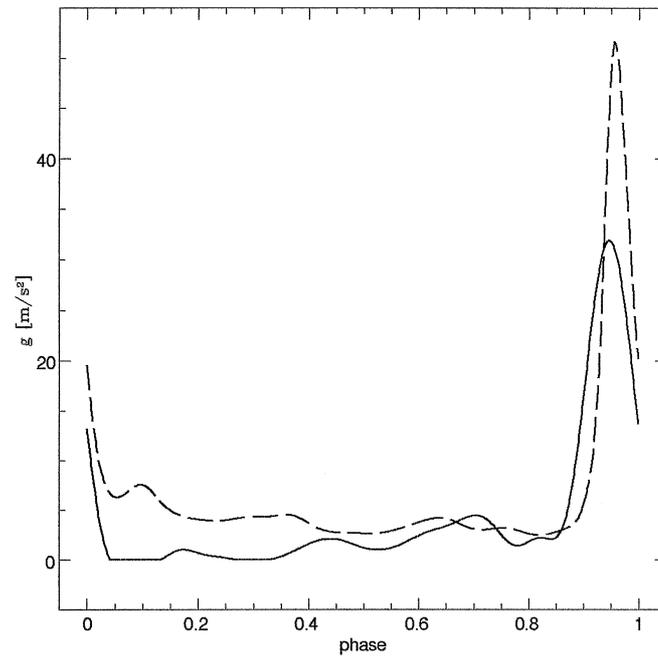


Figure 2.42: Comparaison de g "photométrique" (en traitillés) et "spectroscopique" (en trait continu) de UU Vir

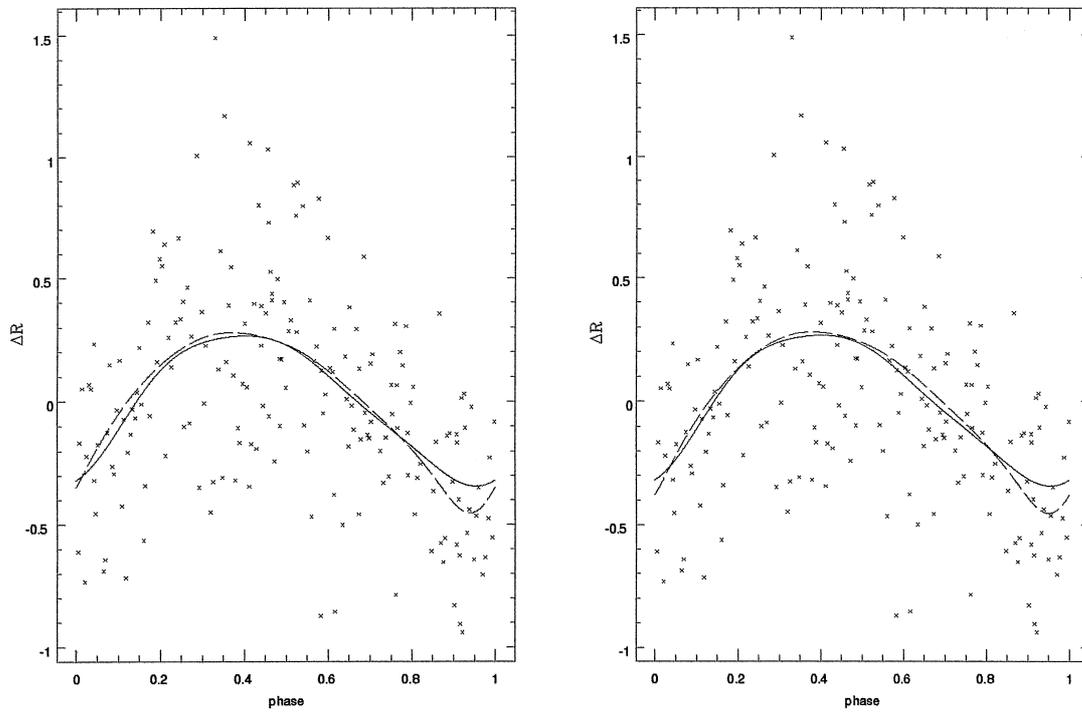


Figure 2.43: Gauche: Même diagramme que dans la figure 2.31 gauche pour UU Vir. Droite: Même figure avec mise en phase.

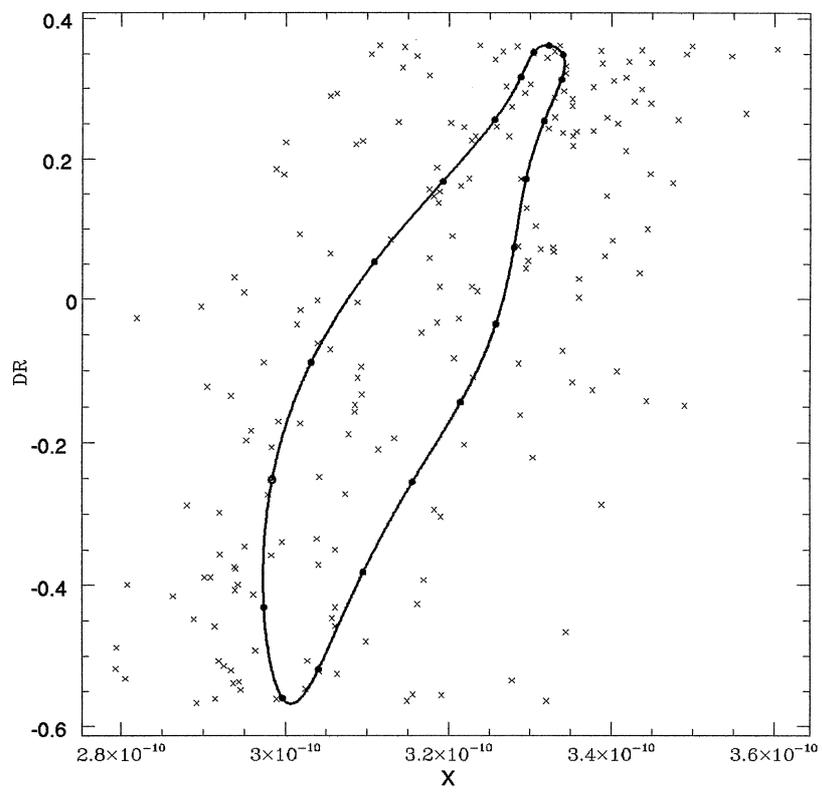


Figure 2.44: Diagramme $(X_i, \Delta R_i)$ et diagramme $(X^*(\phi), \Delta R_s(\phi))$ de X Ari.

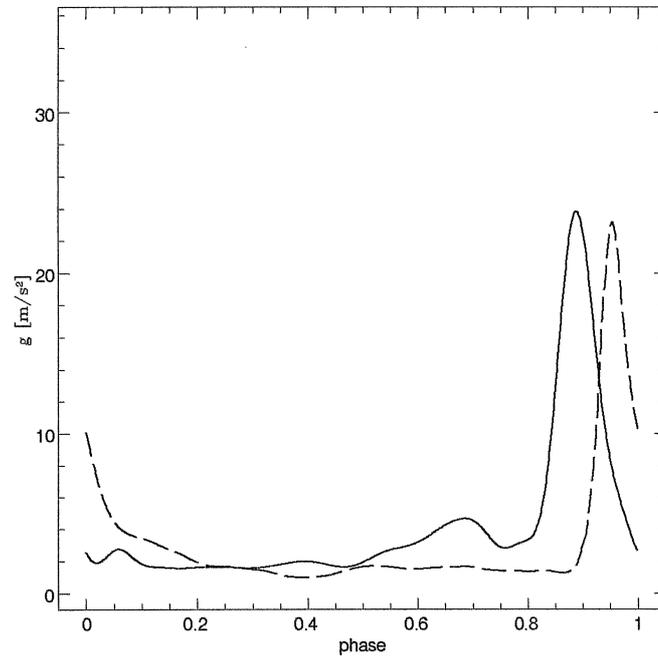


Figure 2.45: Comparaison de g "photométrique" (en traitillés) et "spectroscopique" (en trait continu) de X Ari.

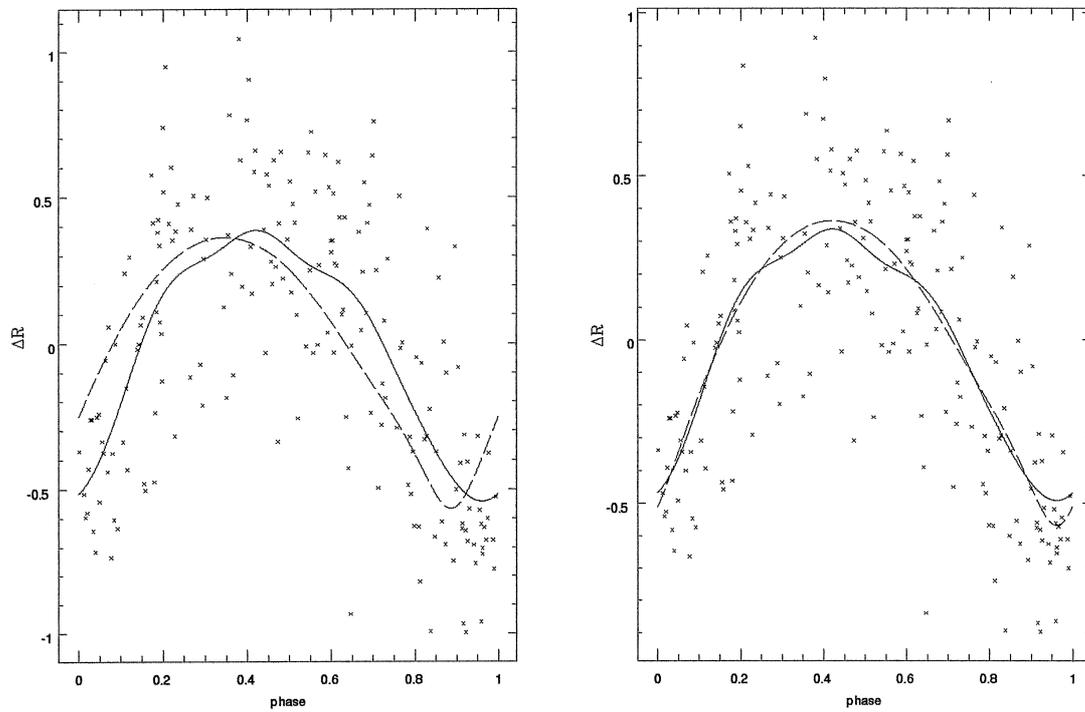


Figure 2.46: Gauche: Même diagramme que dans la figure 2.31 gauche pour X Ari. Droite: Même figure avec mise en phase.

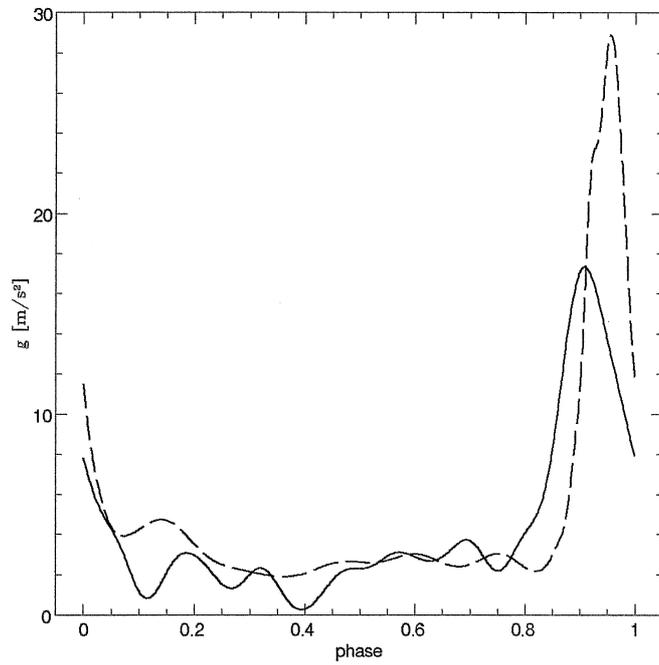


Figure 2.47: Comparaison de g "photométrique" (en traitillés) et "spectroscopique" (en trait continu) de BH Peg

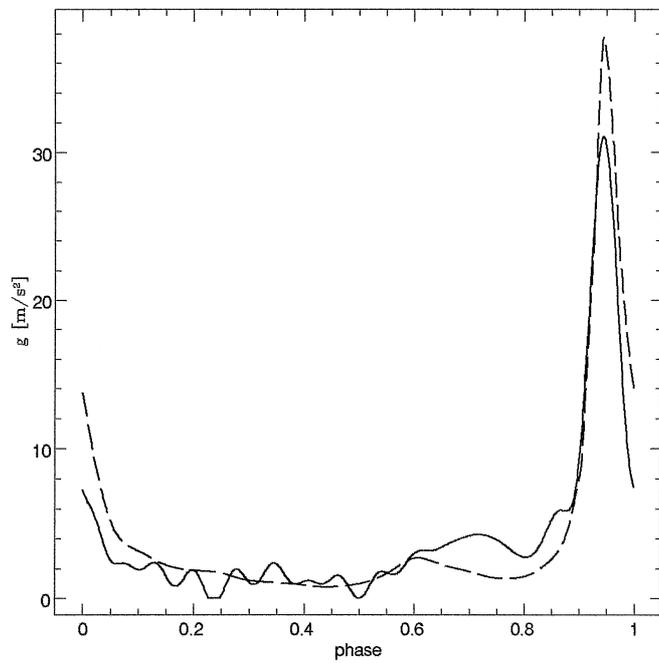


Figure 2.48: Comparaison de g "photométrique" (en traitillés) et "spectroscopique" (en trait continu) de SS Leo

Chapitre 3

Résultats et discussions

3.1 Premiers résultats

La partie gauche des figures 3.3 à 3.9 présente pour chaque étoile le résultat de la régression linéaire, sur tout le cycle de pulsation, de X_i sur ΔR_i dans le diagramme $(X, \Delta R)$. Il en résulte le tableau 3.1 qui donne le rayon R_0 , la distance D et la magnitude absolue M_V selon l'équation (2.7), *sans* et *avec* mise en phase des courbes spectroscopiques avec les courbes photométriques. Les erreurs portées dans le tableau ne sont que les erreurs statistiques de la régression linéaire. Un graphique de la magnitude M_V en fonction de la métallicité de ces étoiles est produit en figure 3.1.

Etoile	[Fe/H]	$\Delta\phi_\sigma$	R_0	ΔR_0	D	ΔD	M_V	ΔM_V
BH Peg	-1.0	0.000	8.3	1.1	1143	154	-0.182	0.294
		0.025	8.5	1.2	1175	154	-0.234	0.286
DX Del	-0.4	0.000	4.2	0.2	499	22	1.274	0.096
		0.043	4.0	0.2	473	19	1.322	0.089
RR Cet	-1.5	0.000	5.9	0.2	687	25	0.478	0.079
		0.050	5.7	0.2	664	21	0.452	0.069
RX Eri	-1.3	0.000	6.9	0.5	710	54	0.322	0.166
		0.079	5.6	0.3	580	32	0.592	0.135
SS Leo	-1.6	0.000	5.4	0.5	1176	110	0.691	0.204
		0.011	5.5	0.5	1181	98	0.711	0.180
UU Vir	-0.5	0.000	6.2	0.7	1143	123	0.240	0.235
		0.009	6.2	0.7	1141	122	0.244	0.234
X Ari	-2.2	0.000	8.0	0.7	669	57	0.044	0.186
		0.074	7.0	0.5	584	38	0.218	0.143

Table 3.1: Premières déterminations du rayon R_0 , de la distance D et de la magnitude M_V des 7 RR Lyrae en utilisant la méthode de Baade-Wesselink sur tout le cycle de pulsation avec deux cas: sans mise en phase des courbes spectroscopiques et photométrique ($\Delta\phi_\sigma = 0.000$) et avec mise en phase.

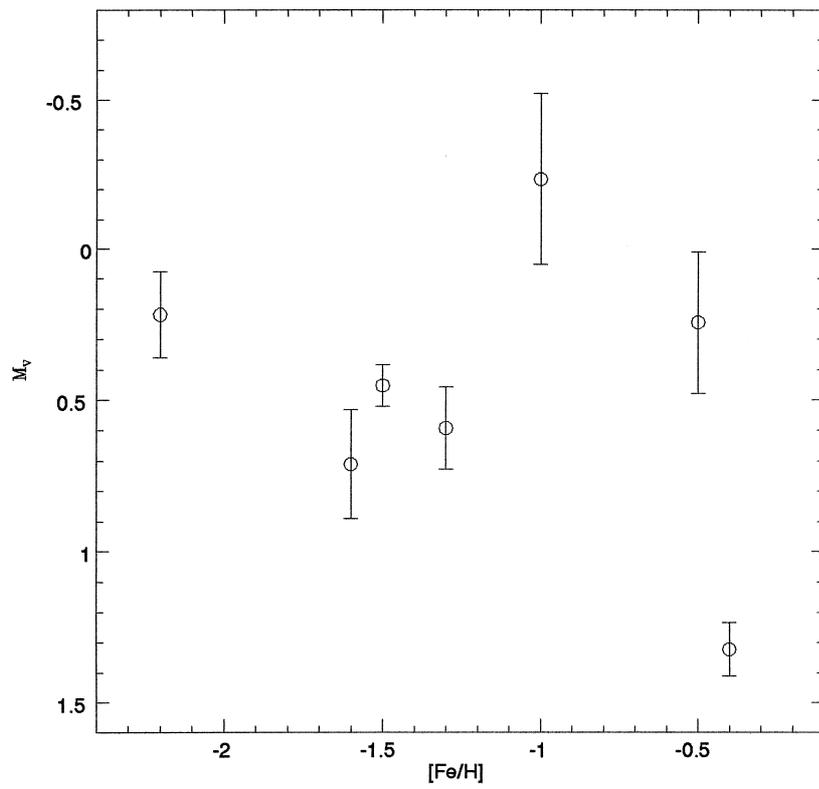


Figure 3.1: Estimation de la magnitude visuelle des 7 RR Lyrae par la méthode de Baade-Wesselink sur tout le cycle de pulsation

Constatons pour l'instant qu'il n'y a pas évidence d'une corrélation entre la magnitude visuelle absolue M_V et la métallicité.

Jusqu'à maintenant, la méthode de Baade-Wesselink a été appliquée sur l'ensemble du cycle de pulsation de l'étoile parce qu'on n'avait pas été convaincu qu'un phénomène physique pouvait altérer notre méthode. Or, il s'avère que de nombreux auteurs ont appliqué la méthode de Baade-Wesselink, avec un certain succès, sur une partie seulement du cycle de pulsation. Entre autres, ils excluent un intervalle de phase au voisinage du rayon minimum. Le fait que certains auteurs aient constaté des problèmes au voisinage de cet intervalle nous oblige à reconsidérer l'application de la méthode. Entre autre, comme le suggèrent divers auteurs, faut-il finalement exclure certains domaines de phase dans l'application de la méthode Baade-Wesselink ? Si la dispersion des points est telle que pour la plupart des étoiles les graphiques aperçus jusqu'à maintenant ne mettent en évidence aucun phénomène susceptible de violer une ou plusieurs hypothèse de base de la méthode de Baade-Wesselink, on est toutefois prêt à suivre la discussion que l'on fait dans la littérature, afin d'évaluer les erreurs et de procéder à une rectification de notre analyse.

3.2 Discussion des erreurs

3.2.1 Onde de choc

Une discussion en préambule a déjà été faite à la section 2.4 pour justifier l'application des modèles de Kurucz. Rappelons qu'on avait posé trois hypothèses. Elles sont susceptibles d'être fausses dans l'intervalle de phase où l'atmosphère de l'étoile présente les plus grands changements, là où la magnitude V augmente, c'est-à-dire lorsque l'atmosphère est violemment freinée (\dot{R} augmentant) puis commence une rapide expansion. Cet intervalle est particulier par le fait que plusieurs chercheurs ont observé des comportements spectraux complexes, comme des émissions de raies H_α et H_γ (Struve 1947), un dédoublement des raies H_α et des raies CaII H et K (Sanford 1949) ainsi qu'un excès d'ultraviolet (Burki et Meylan, 1986a).

Pour notre part, on révèle bien une émission d'ultraviolet relativement forte de durée courte dans un intervalle de 0.2 de phase, centré sur la phase de rayon minimum, bien visible dans l'indice de couleur $U - V_1$, comme la montre la figure 3.2.

Pour expliquer ces comportements spectraux, Abt (1959) a proposé qu'une onde de choc se déplace au travers (vers l'extérieur) de l'atmosphère de l'étoile. L'onde de choc est subsonique dans les régions où se forment les raies métalliques parce qu'elles ne montrent pas de dédoublement ni d'émission de raies. L'onde de choc est supersonique dans les couches supérieures de l'atmosphère, là où les raies de Balmer se forment.

L'excès d'ultraviolet pourrait être attribué à la radiation continue émise par le gaz chaud derrière l'onde de choc. Toutes ces complications vont certainement affecter la distribution de flux dans l'atmosphère, de sorte qu'elle ne peut pas être décrite convenablement par un modèle hydrostatique.

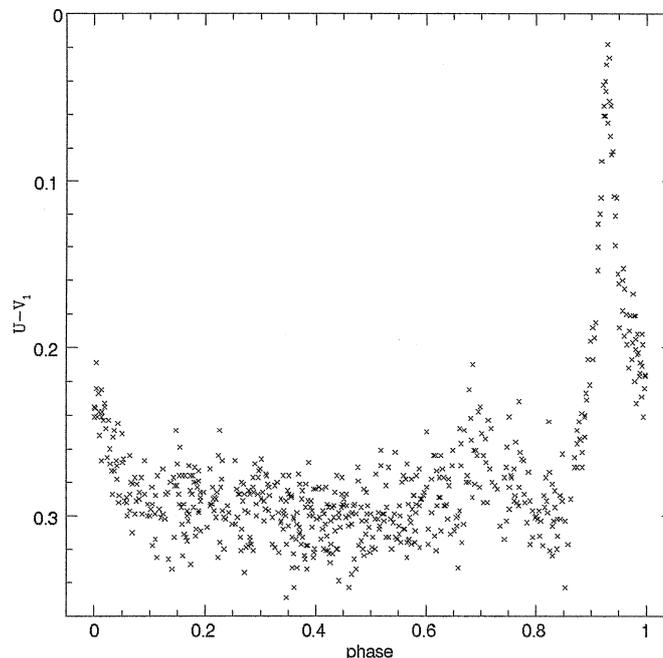


Figure 3.2: Mesures de RR Cet dans l'indice de couleur $U - V_1$

3.2.2 Les turbulences

Dans les grilles de Kurucz, nous avons utilisé les indices de couleur $B_2 - V_1$ et d pour déterminer T_e , $\log(g)$ et BC. La métallicité est déterminée de manière indépendante de la méthode de Baade-Wesselink par d'autres chercheurs. Mais dans la relation (2.26) nous avons admis qu'il existe d'autres paramètres qu'on a rassemblés sous l'expression formelle α_k . Un de ces paramètres est la vitesse de turbulence ξ_T . On a fait l'hypothèse implicite que ξ_T est constante, Kurucz ayant construit ses modèles pour $\xi_T = 2$ km/s. Or il existe une dépendance de ξ_T avec la phase (Benz et Mayor, 1982). Benz et Stellingwerf (1985) ont montré dans leur étude de RR Lyr qu'il existe une vitesse de turbulence, mesurée au travers des raies métalliques essentiellement, qui peut atteindre 10-15 km/s pour un temps restreint au voisinage de la phase de rayon minimum. Gautschy (1987), dans sa description des divers réalisations de la méthode de Baade-Wesselink, montre que les effets des micro-turbulences sur les indices de couleur peuvent ne pas être négligeables dans les températures moyennes typiques des RR Lyrae.

Pour avoir une calibration plus correcte des données photométriques, il aurait donc fallu avoir une série de modèles d'atmosphère stellaire qui permet d'obtenir T_e , $\log(g)$ et BC à partir des trois paramètres $B_2 - V_1$, d et ξ_T .

3.2.3 Gradient de vitesse dans l'atmosphère

Rappelons qu'une des hypothèses d'application de la méthode de Baade-Wesselink est que le rayon photosphérique est égale au rayon spectroscopique

$$R_p = R_s$$

Cette hypothèse peut être incorrecte, par le fait que la vitesse radiale est dérivée des raies spectrales qui se forment au-dessus de la photosphère. Le mouvement de celle-ci n'est pas forcément le même que celui des raies spectrales.

Des observations ont montré qu'il existe un gradient de vitesse dans l'atmosphère d'une RR Lyrae, dans le sens que les raies fortes d'absorption qui se forment dans les couches supérieures de l'atmosphère ont une plus grande amplitude de vitesse que celle des raies faibles métalliques se formant dans des couches plus basses (Sanford, 1928; Struve and Blaauw, 1948; Sanford, 1949; Oke, Giver et Searle, 1962). Oke, Giver et Searle (1962) suggèrent que les raies spectrales sont formées dans différentes couches dans des phases différentes, parce que l'opacité de l'atmosphère change le long du cycle de pulsation à cause des changements de température et de gravité. Apparemment, l'observation de ces différentes couches peut montrer différentes vitesses quand il existe un gradient de vitesse.

Comme pour les observation photométriques, l'explication la plus communément acceptée concerne l'onde de choc. Elle existe parce que dans les plus hauts niveaux de l'atmosphère, la pulsation n'est pas "en phase". Pendant que la majeure partie de l'atmosphère de l'étoile est en expansion, les régions très extérieures ont commencé à se contracter. La collision entre les deux couches ont suffisamment d'énergie pour ioniser l'hydrogène et la recombinaison donne lieu aux raies d'émission dans les observations. Le fait que les régions extérieures de l'étoile se contractent déjà pendant que le reste de l'atmosphère est en expansion implique que ces régions ont initialement une plus grande vitesse.

Jones et al. (1987) ont mesuré la vitesse radiale de X Ari avec un spectre à haute dispersion en quatre points du cycle de pulsation. Ils ont ainsi pu comparer les raies métalliques fortes et faibles à différentes phases, pour ne pas trouver, finalement, une évidence d'un gradient de vitesse entre raies fortes et raies faibles. Dans ce cas, l'essentiel de l'atmosphère de l'étoile bouge comme un corps solide. Les couches très extérieurs de l'atmosphère, là où les raies fortes se forment, ont probablement une vitesse plus grande. Cependant, ces régions de la photosphère contribuent relativement peu au flux observé.

3.2.4 Sensibilité des filtres

L'analyse qu'on a effectué utilise la détermination de la température essentiellement avec l'indice de couleur $B_2 - V_1$. A cela s'ajoute l'utilisation du filtre V pour obtenir la magnitude M_V . Par conséquent, nous avons fait une analyse dans le domaine optique. Or, pour les RR Lyrae, la partie optique est proche du pic de la fonction de Plank, où le flux varie comme T_e^4 et donc les erreurs en températures se propagent fortement au travers des calculs. Plusieurs chercheurs, en ayant appliqué la méthode de Baade-Wesselink avec d'autres filtres, ont conclu que le domaine infrarouge convenait mieux à l'utilisation de la méthode. On peut expliquer cela par le

fait que le domaine infrarouge des RR Lyrae se situe dans la queue Rayleigh-Jeans de la fonction de Planck, où le flux varie comme $T_e^{1.5}$. Par conséquent, les erreurs en température sont minimisées aux longueurs d'ondes infrarouges. L'utilisation du flux optique plutôt que du flux infrarouge souffre d'un autre, et plus subtile, désavantage. Selon Skillen et al. (1989), les modèles d'atmosphère sont d'un ordre de magnitude plus sensibles aux variations de métallicité et de gravité de surface aux longueurs d'onde optiques qu'à celles de l'infrarouge. Quelques imperfections dans les modèles d'atmosphère, telle que des données d'opacité atomique inadéquates, un traitement de la convection inadéquat, etc... pourraient se traduire par un changement de métallicité et de gravité. Ainsi, une plus grande sensibilité dans l'optique, implique un moins bon niveau de confiance dans des calibrations basées sur le domaine optique.

3.2.5 Variation de l'opacité.

Un deuxième problème, plus subtile, a été soulevé plus haut, dans la discussion du gradient de vitesse. Il s'agit du problème de l'opacité. Celle-ci est dépendante de la température et de la densité. Par conséquent, elle varie le long du cycle de pulsation, faisant valoir à une profondeur optique, dans l'atmosphère, différentes profondeurs géométriques. Par conséquent, le fait d'intégrer la vitesse radiale englobe les effet de la variation d'opacité sur le mouvement photosphérique. Fernley et al. (1990) ont tenté de quantifier l'effet produit et l'erreur commise par l'intégration. Ils prennent comme référence la profondeur optique $\tau = 2/3$ pour représenter la photosphère.

$$\int_0^d K_\lambda(r)\rho(r)dr = 2/3$$

où K_λ est l'opacité à la longueur d'onde λ et $\rho(r)$ la densité selon r qui est la profondeur géométrique à partir de la surface de l'étoile. En prenant un modèle de Kurucz (1979) proche du cas des RR Lyrae à $T_e = 6500$, $\log(g) = 2.5$ $[M/H] = -1.0$, ils estiment que pour une variation de l'opacité d'un facteur 2 ou 3 la profondeur optique varie de 0.01-0.02 R_\odot (pour $\lambda = 5000 \text{ \AA}$). Ce changement est très petit par le fait que la densité augmente très rapidement lorsqu'on se déplace vers le centre de l'étoile. En sachant que l'opacité augmente avec T_e , l'effet du changement d'opacité fait qu'entre le rayon minimum et le maximum de lumière, lorsque T_e augmente, le rayon photosphérique augmente plus rapidement que ce que l'intégration de la vitesse radiale implique. Entre le maximum de lumière et le rayon maximum, lorsque T_e décroît, le rayon photosphérique croît plus lentement que l'intégration de la vitesse radiale l'implique. Mais, comme la courbe de vitesse radiale montre des variations de $0.5 R_\odot$, les changements d'opacité amène des erreurs négligeables.

Pour notre part, si le déphasage constaté est bien dû à la variation d'opacité, la table 3.6 montre que l'erreur peut être plus grande dans notre cas.

3.2.6 Facteur de conversion β .

Dans le cas d'étoiles non-pulsantes, la fonction de corrélation de CORAVEL est très bien représentée par une gaussienne:

$$f(v) = 1 - \text{Exp}\left(\frac{-(v - V_r)^2}{2\sigma^2}\right)$$

H=hauteur de la gaussienne
 σ =largeur de la gaussienne
 V_r =vitesse radiale gaussienne

La croissance de la largeur σ en fonction de la rotation de l'étoile est décrite par Benz et Mayor (1981) et les effets de la pulsation de l'étoile est décrite par Benz et Mayor (1982). Ils montrent, pour un groupe de Céphéides, que la largeur de la gaussienne est trop grande pour être seulement expliquée par les effets géométriques de la pulsation de l'étoile. En suivant l'étude spectroscopique de van Paradijs (1971), Benz et Mayor (1982) suggèrent que la croissance des turbulences durant la phase de grande vitesse de pulsation est la cause de l'excès d'élargissement de la gaussienne. Le maximum de cet excès correspond d'ailleurs au maximum de $\ddot{R}(t)$.

Selon Burki et Benz (1982) il est alors judicieux d'estimer la vitesse radiale en cherchant le centroïde du "dip" défini comme la vitesse moyenne du "dip":

$$V_c = \frac{\int [c - f(v)]v dv}{\int [c - f(v)]dv}$$

où c est la valeur du continu.

V_c a l'avantage de ne pas être dépendant de la vitesse rotationnelle projetée $v \sin(i)$ et de l'élargissement de la gaussienne, c'est-à-dire des turbulences. A partir de là, le rapport entre l'amplitude de pulsation A_p et l'amplitude de la vitesse radiale A_{V_c} vaut

$$\frac{A_p}{A_{V_c}} = 1.36$$

C'est la raison pour laquelle on a adopté comme facteur de conversion $\beta = 1.36$.

Des études faites par différents chercheurs (p. ex. Hindsley et Bell, 1986) ont montré que β varie en fonction du type de la mesure, c'est-à-dire si on considère le pic ou le centroïde de la fonction de cross-correlation. Ils ont aussi montré qu'il varie avec la température de l'atmosphère et sa vitesse. Dans le cas des RR Lyrae, on doit alors s'attendre à ce que β varie durant le cycle de pulsation. Ceci représente un fait nouveau, qui n'a pas été constaté clairement dans nos graphiques jusqu'à maintenant (un bon fit l'aurait peut-être mis en évidence). Quant au fait que β varie selon la définition de la vitesse radiale, ce n'est pas une préoccupation puisqu'en fin de compte les différentes voies prises par divers chercheurs, pour une étoile donnée, aboutissent à la même valeur de vitesse de pulsation.

Pour estimer l'erreur commise sur le facteur β , sachons que celui-ci est estimé entre $\beta = 1.30$ et $\beta = 1.41$ typiquement. Cela donne un intervalle d'erreur sur β . La détermination de la distance, et donc celle de la magnitude absolue, répercute l'erreur de la manière suivante. Admettons que la valeur $\beta = 1.36$ soit la plus correcte, c'est-à-dire que la relation 3.1 soit la plus correcte.

$$X = B \Delta R_{1.36} + A \quad (3.1)$$

De là, si nous avons pris la valeur 1.41, en vertu des équations (2.15) et (2.16), ΔR est proportionnelle à β et donc

$$\Delta R_{1.36}(\phi) = \frac{1.36}{1.41} \Delta R_{1.41}(\phi) \quad (3.2)$$

La relation (3.1) devient

$$X = \tilde{B} \Delta R_{1.41} + A \quad (3.3)$$

où $\tilde{B} = \frac{1.36}{1.41}B = 0.965B$.

La constante A reste inchangée, mais la pente est différente de celle de la relation (3.1). Or comme la pente intervient dans l'expression du rayon et de la distance, équation (2.18) et (2.19), on voit que $\log(D)$ est augmenté d'une quantité $-\log(0.965) = 0.015$, ce qui correspond à une augmentation de 1 pc environ. Si nous procédons de la même manière avec $\beta = 1.30$, on a une diminution de la distance tout aussi négligeable.

Cependant, comme on a testé les deux valeurs β dans notre programme, on constate que la distance varie d'une quantité plus grande. Les résultats de ces variations (valeur à $\beta = 1.41$ – valeur à $\beta = 1.30$) sont consignés dans la table 3.2. L'hypothèse d'un facteur β constant est invalidée.

Etoile	ΔR_0	ΔD	ΔM_V
BH Peg	-0.6	-74	0.09
DX Del	0.3	39	-0.17
RR Cet	0.5	53	-0.18
RX Eri	0.5	46	-0.18
SS Leo	0.5	100	-0.18
UU Vir	0.4	79	-0.18
X Ari	0.6	48	-0.18

Table 3.2: Variation du rayon R_0 , de la distance D et de la magnitude M_V de RX Eri de $\beta = 1.30$ à $\beta = 1.41$.

Remarquons que dans le tableau 3.2 BH Peg évolue de façon différente aux autres étoiles, puisque les variations de rayon, de distance et de magnitude de celle-ci sont de signe opposé à celles des 6 autres étoiles.

3.2.7 Estimation de la métallicité

La détermination de la métallicité a été obtenue d'une manière indépendante de la méthode de Baade-Wesselink. Pour certaines étoiles la métallicité est déterminée par différents chercheurs, ce qui permet d'estimer l'erreur en métallicité d'environ 0.1-0.2 par rapport aux valeurs que nous avons choisies.

La métallicité influe également sur la détermination de R_0 et D dans ce sens qu'il faut choisir le modèle de Kurucz de métallicité correspondant à l'étoile. Comme les métallicités de ces modèles ont des valeurs discrètes, il faut en outre procéder à une interpolation pour des RR Lyrae de métallicité intermédiaire. L'interpolation amène une source d'erreur supplémentaire.

Le tableau 3.3 présente la variation du rayon et de la distance de DX Del, RX Eri et X Ari en fonction de métallicités proches. On constate que R_0 et D augmentent lorsque la métallicité augmente. Cette variation n'est pas linéaire puisque par exemple le rayon et la distance de X Ari varient peu par rapport à RX Eri pour une même différence de métallicité.

Une application de la méthode de Baade-Wesselink sur quelques étoiles pour deux métallicités proches amène une estimation de l'erreur moyenne de la magnitude de 0.05.

Etoile	[Fe/H]	R_0	D	M_V
DX Del	-0.5	4.01	472	1.40
	-0.4	4.23	502	1.26
	-0.3	4.32	515	1.21
RX Eri	-1.5	5.64	580	0.76
	-1.0	6.32	658	0.49
X Ari	-2.5	7.02	584	0.25
	-2.0	7.17	599	0.20

Table 3.3: Variation du rayon et de la distance de DX Del, RX Eri et X Ari en fonction de métallicités proches

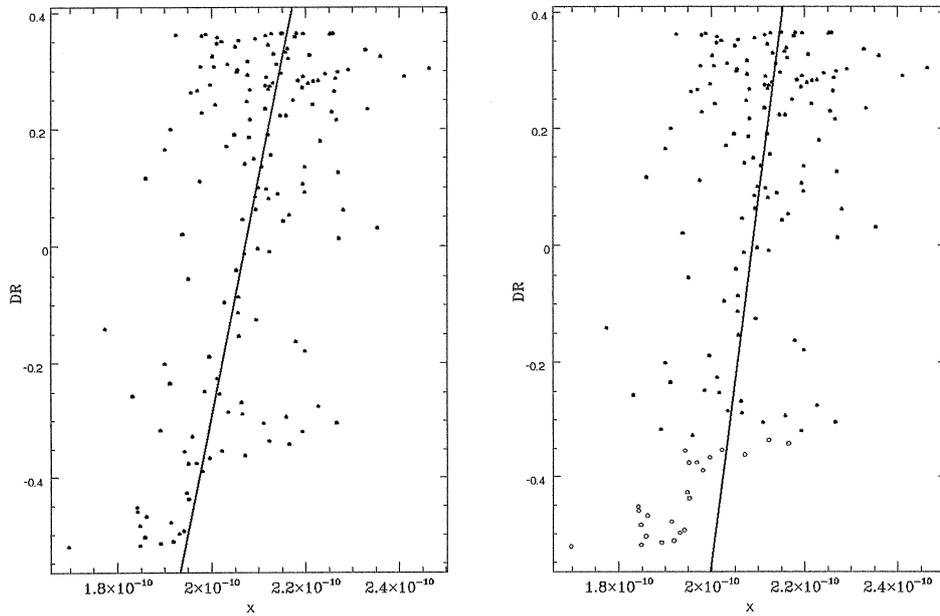


Figure 3.3: BH Peg: Régression linéaire de X_i sur ΔR_i sur tout le cycle de pulsation (pour la figure de gauche) et sur un cycle excluant un intervalle de 0.2 de phase centré sur la phase de rayon minimum (pour la figure de droite). Les points (●) sont les points considérés dans la régression linéaire et les points (○) sont ceux qui sont ignorés dans la régression.

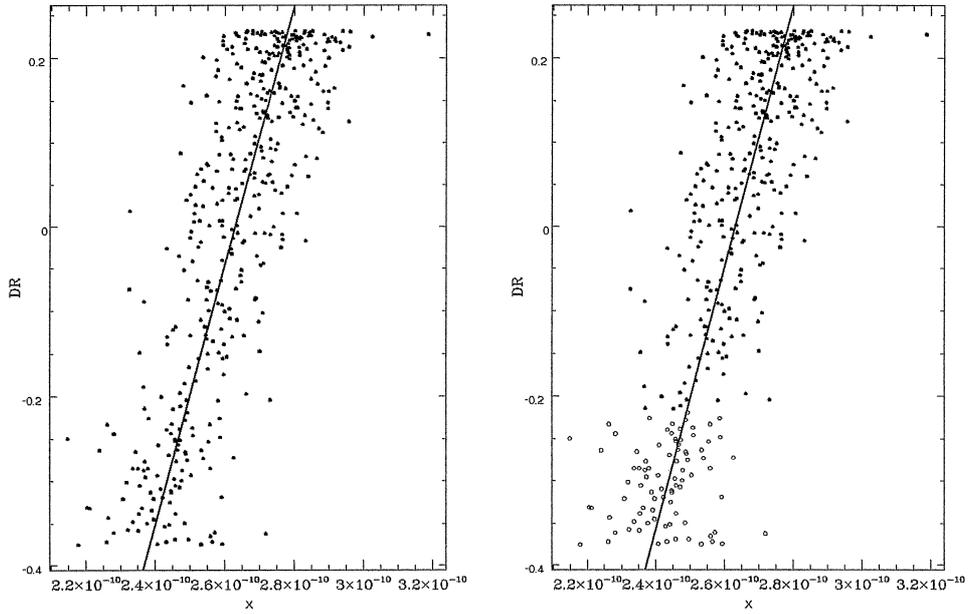


Figure 3.4: DX Del: Régression linéaire de X_i sur ΔR_i sur tout le cycle de pulsation (pour la figure de gauche) et sur un cycle excluant un intervalle de 0.2 de phase centré sur la phase de rayon minimum (pour la figure de droite). Les points (●) sont les points considérés dans la régression linéaire et les points (○) sont ceux qui sont ignorés dans la régression.

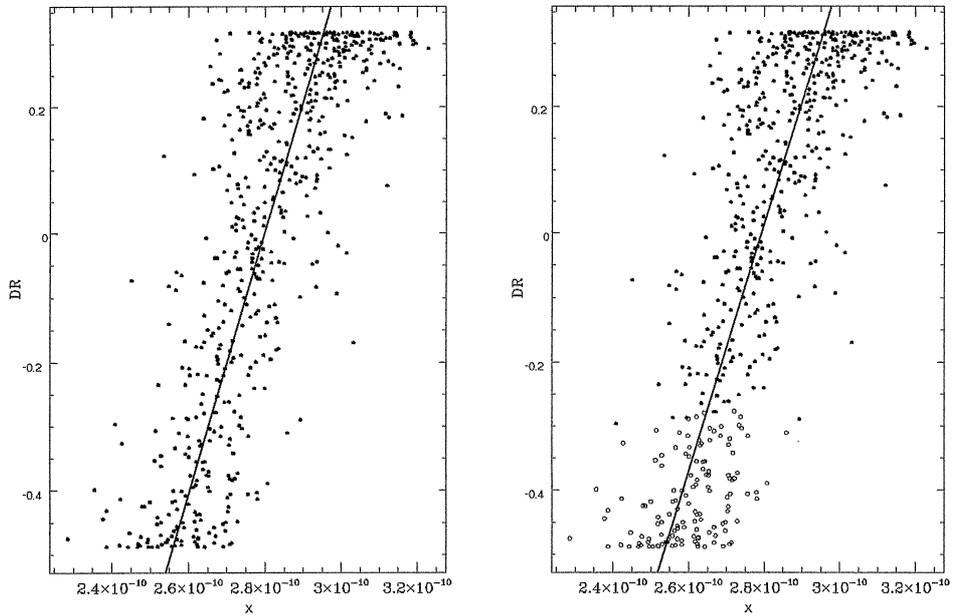


Figure 3.5: RR Cet: Régression linéaire de X_i sur ΔR_i sur tout le cycle de pulsation (pour la figure de gauche) et sur un cycle excluant un intervalle de 0.2 de phase centré sur la phase de rayon minimum (pour la figure de droite). Les points (●) sont les points considérés dans la régression linéaire et les points (○) sont ceux qui sont ignorés dans la régression.

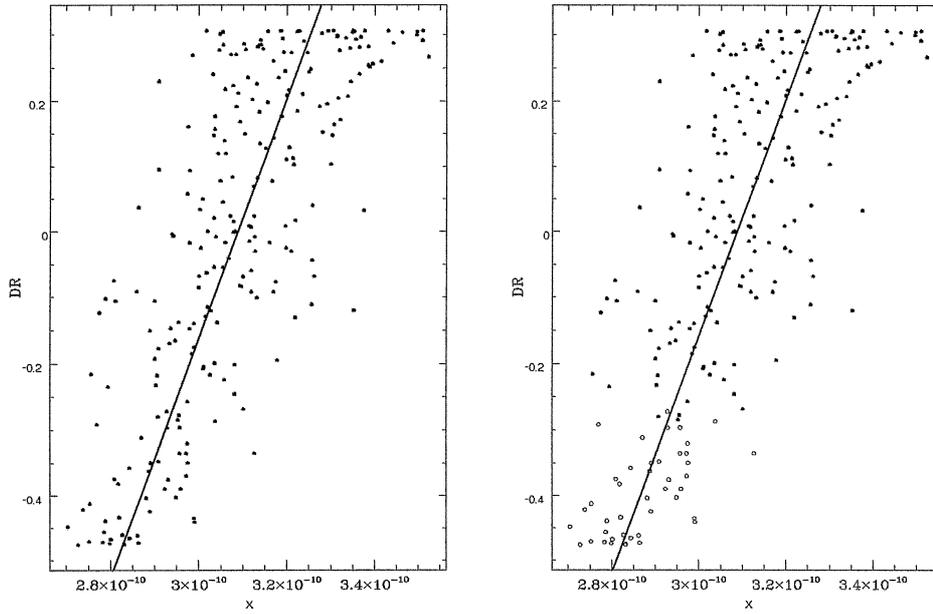


Figure 3.6: RX Eri: Régression linéaire de X_i sur ΔR_i sur tout le cycle de pulsation (pour la figure de gauche) et sur un cycle excluant un intervalle de 0.2 de phase centré sur la phase de rayon minimum (pour la figure de droite). Les points (●) sont les points considérés dans la régression linéaire et les points (○) sont ceux qui sont ignorés dans la régression.

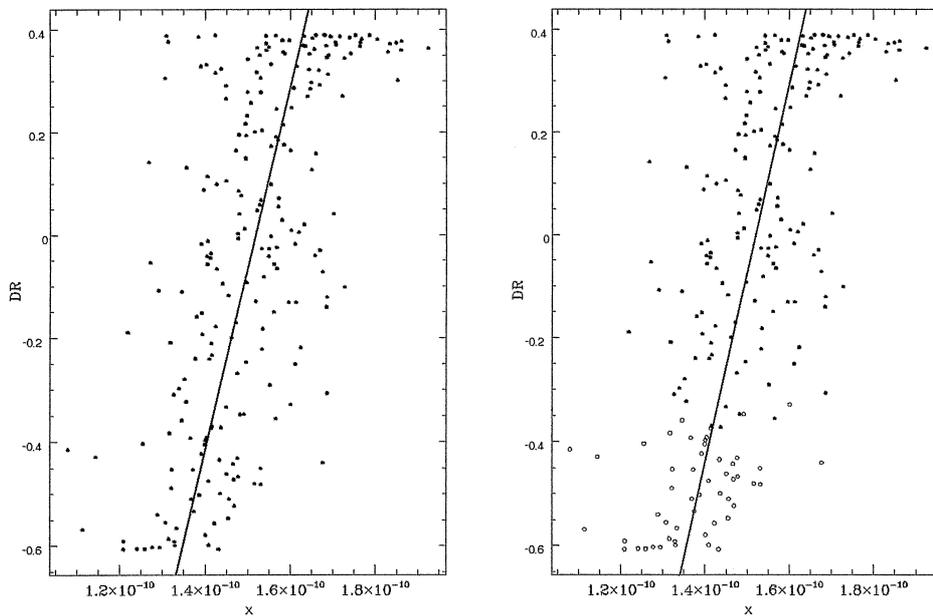


Figure 3.7: SS Leo: Régression linéaire de X_i sur ΔR_i sur tout le cycle de pulsation (pour la figure de gauche) et sur un cycle excluant un intervalle de 0.2 de phase centré sur la phase de rayon minimum (pour la figure de droite). Les points (●) sont les points considérés dans la régression linéaire et les points (○) sont ceux qui sont ignorés dans la régression.

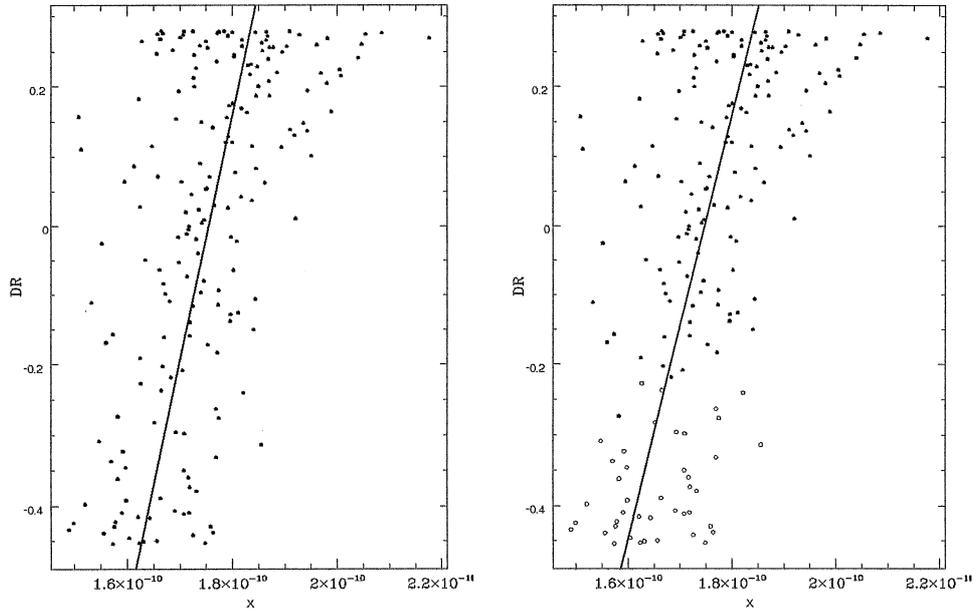


Figure 3.8: UU Vir: Régression linéaire de X_i sur ΔR_i sur tout le cycle de pulsation (pour la figure de gauche) et sur un cycle excluant un intervalle de 0.2 de phase centré sur la phase de rayon minimum (pour la figure de droite). Les points (●) sont les points considérés dans la régression linéaire et les points (○) sont ceux qui sont ignorés dans la régression.

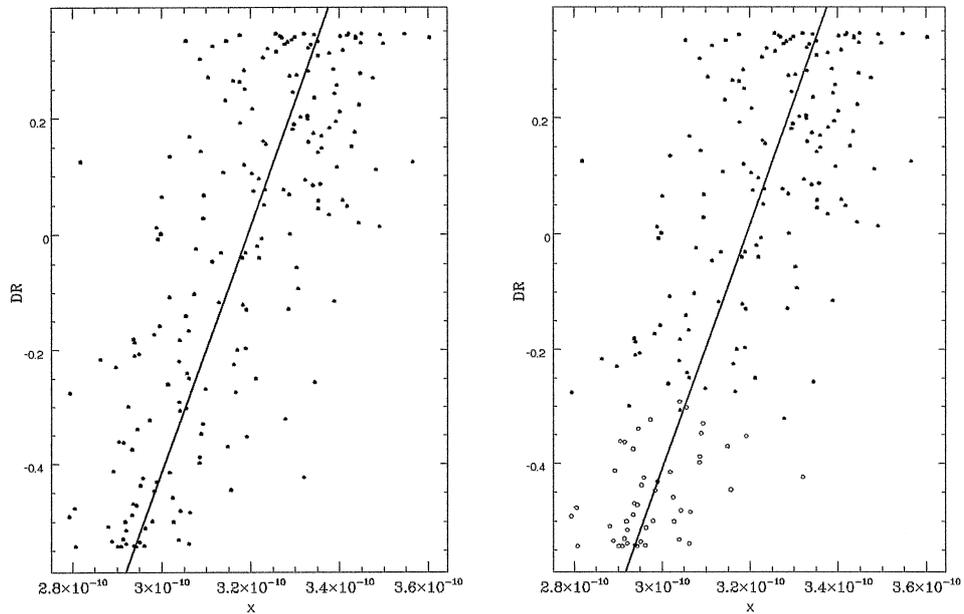


Figure 3.9: X Ari: Régression linéaire de X_i sur ΔR_i sur tout le cycle de pulsation (pour la figure de gauche) et sur un cycle excluant un intervalle de 0.2 de phase centré sur la phase de rayon minimum (pour la figure de droite). Les points (●) sont les points considérés dans la régression linéaire et les points (○) sont ceux qui sont ignorés dans la régression.

3.3 Estimation des erreurs

Pour des raisons qui viennent d'être invoquées, on procède à une réévaluation des distances et des rayons de nos étoiles en supprimant un intervalle de phase de rayon 0.1 centré sur la phase de rayon minimum. Plus précisément, l'intervalle supprimé correspond à de fortes variations d'accélération. Les résultats sont inscrits dans le tableau (3.4) et une comparaison est faite entre la première série de mesure (cycle entier) et celle-ci (cycle partiel) dans la figure 3.10.

Etoile	[Fe/H]	R_0	ΔR_0	D	ΔD	M_V	ΔM_V
BHPeg	-1.0	13.1	4.0	1792	536	-1.16	0.67
DXDel	-0.4	4.1	0.3	483	32	1.35	0.14
RRCet	-1.5	5.4	0.3	625	34	0.68	0.12
RXEri	-1.3	5.8	0.6	595	55	0.71	0.20
SSLeo	-1.6	5.5	0.8	1187	167	0.67	0.31
UUVir	-0.5	5.3	1.0	981	170	0.57	0.38
XAri	-2.2	6.8	0.8	567	68	0.32	0.26

Table 3.4: Résultats de la détermination du rayon R_0 , de la distance D et de la magnitude absolue M_V des 7 RR Lyrae après application de la méthode de Baade-Wesselink sur un cycle de pulsation excluant un intervalle de phase de 0.2 centré sur la phase de rayon minimum.

On observe que les étoiles se sont déplacées dans le diagramme de diverses manières. Elles ont cependant globalement effectué un mouvement de rapprochement, à l'exception de BH Peg qui est devenue trop brillante par rapport à la place qu'occupe les RR Lyrae dans le diagramme HR. Nous avons observé pour celle-ci plusieurs "problèmes" qui la distinguaient des autres étoiles. Ces problèmes ont été: une dispersion en photométrie, un possible effet Blazhko (Kudryashova, 1978), et si l'on se réfère à la figure 3.3, on constate aussi une répartition des mesures asymétrique le long de la droite de régression. BH Peg apparaît comme une étoile de $13 R_\odot$ et de distance $D=1792$ pc alors que celle-ci est estimée, dans la littérature, à ~ 800 pc (par ex. Norris, 1986; Preston et al., 1991). Les erreurs estimées pour BH Peg ne suffisent pas à expliquer sa situation "exceptionnelle", ce qui laisse supposer plusieurs causes. Entre autres, ce pourrait être un effet Blazhko ou une trop mauvaise résolution photométrique (puisqu'on verra que la première source d'erreur provient de la régression linéaire). Quoi qu'il en soit, BH Peg doit être distinguée des 6 autres RR Lyrae.

En considérant le groupe des 6 RR Lyrae, une régression linéaire indicative des 2 séries de mesures de la figure 3.10 donne pour pente b , constante a et écart-type résiduel σ dans la méthode utilisant le cycle entier de pulsation de l'étoile

$$\begin{aligned}
 b &= 0.30 \pm 0.21 \\
 a &= 1.96 \pm 0.13 \\
 \sigma &= 0.32
 \end{aligned}$$

et dans le cas d'une utilisation du cycle partiel

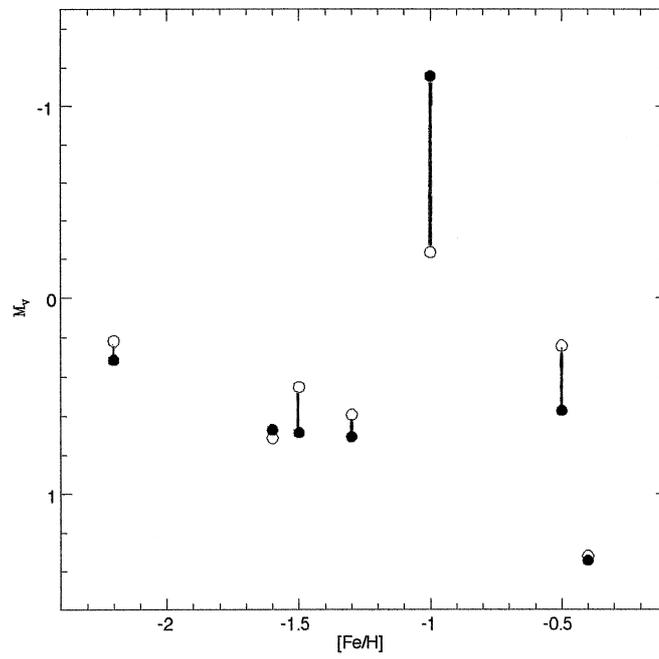


Figure 3.10: Comparaison de la détermination de la magnitude absolue M_V des 7 RR Lyrae en fonction de $[Fe/H]$ en ayant appliqué la méthode de Baade-Wesselink sur tout le cycle (o) et sur un cycle partiel excluant un intervalle de 0.2 de phase centré sur la phase de rayon minimum (•).

$$\begin{aligned}
b &= 0.35 \pm 0.14 \\
a &= 1.15 \pm 0.09 \\
\sigma &= 0.22
\end{aligned}$$

L'incertitude sur les deux paramètres a diminué, montrant que le fait d'éliminer un intervalle de phase au rayon minimum rapproche les points d'une relation, linéaire en première approximation, entre la métallicité et la magnitude M_V . Cependant, 6 étoiles ne suffisent pas pour exprimer de façon sérieuse une corrélation. D'autres étoiles doivent être ajoutées pour pouvoir effectuer une véritable statistique.

En se concentrant sur la détermination de la magnitude, qui passe par la détermination de la distance D, on constitue une table des erreurs systématiques et aléatoires, pour chaque étoile, qui sont estimées de la manière suivante.

L'erreur sur la régression linéaire est calculée par les relations

$$\Delta R_0 = \frac{\Delta A}{B} + \frac{A\Delta B}{B^2} \quad (3.4)$$

$$\Delta D = \frac{D\Delta B}{B} \quad (3.5)$$

où on néglige l'erreur sur l'extinction interstellaire A_V

L'erreur introduite par le facteur de conversion β a été estimé à partir de la table 3.2

L'erreur introduite par le choix de la métallicité a été estimée dans le paragraphe 3.2.7 à 0.05 pour la magnitude.

L'erreur introduite par l'excès de couleur E[B-V] est estimée à partir du cas de RX Eri par le fait qu'elle présente une extinction notable et qu'elle est relativement bien résolue en mesures. On a appliqué notre méthode de Baade-Wesselink sur cette étoile pour trois valeurs d'excès de couleur possibles. Les résultats sont présentés dans la table 3.5.

E[B-V]	$\Delta\phi_\sigma$	R_0	D	M_V
0.030	0.085	5.30	543	0.904
0.046	0.091	5.33	548	0.884
0.070	0.093	5.36	559	0.841

Table 3.5: Détermination du déphasage $\Delta\phi_\sigma$ (qui minimise l'écart-type résiduel de la regression linéaire de X_i sur ΔR_i), du rayon R_0 , de la distance D et de la magnitude absolue M_V de RX Eri en fonction de 3 excès de couleur

La variation de la distance induit pour RX Eri une variation de la magnitude de 0.06. L'erreur commise par l'excès de couleur est alors estimée à 0.03 et sera appliquée à toutes les étoiles.

L'erreur sur le déphasage est difficile à estimer. Constatons que l'erreur sur l'excès de couleur affecte le déphasage $\Delta\phi_{\Delta R}$ entre la courbe de variation de rayon spectroscopique et photométrique.

Les trois valeurs d'excès de couleur de la table 3.5, définissant un intervalle d'erreur pour l'excès, ne suffisent pas à expliquer à elles seules le déphasage. Les suppositions apportées au paragraphe 2.7 restent donc toujours valables. Cependant, en se basant sur les résultats de la table 3.1, nous avons consigné dans la table 3.6, seulement pour indication, une estimation de l'erreur commise entre l'application de la méthode de Baade-Wesselink avec et sans déphasage entre les données photométriques et spectroscopiques de la variation du rayon ΔR .

D'autres erreurs sont certainement commises, mais faute de pouvoir les évaluer, elles ne figurent pas dans la table 3.6 comme par exemple les erreurs dues à des micro-turbulences dans l'atmosphère de l'étoile.

Globalement, on voit que l'erreur de la régression est la plus grande (si on ne considère pas le problème de déphasage). Elle domine fortement pour BH Peg et est petite pour RR Cet. Le facteur β est en deuxième position comme source d'erreur. L'erreur aléatoire totale est obtenue en effectuant la somme quadratique des erreurs.

Origine de l'erreur	BH Peg	DX Del	RR Cet	RX Eri	SS Leo	UU Vir	X Ari	type d'erreur
régression	0.67	0.14	0.12	0.20	0.30	0.38	0.26	aléatoire
facteur β	0.05	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	aléatoire
$E[B - V]$	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	aléatoire
χ	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	aléatoire
Total	0.67	0.17	0.16	0.23	0.32	0.39	0.28	
(Mise en phase	-0.05	0.05	0.03	0.27	0.02	0.00	0.17	systematique)

Table 3.6: Récapitulatif des erreurs dans la détermination de la magnitude visuelle absolue M_V des 7 RR Lyrae

La table 3.7 reproduit les déterminations, basées sur la méthode de Baade-Wesselink, du rayon R_0 , de la distance D et de la magnitude M_V de plusieurs RR Lyrae faites par d'autres auteurs. Les résultats sont regroupés en fonction des groupes de recherche. On peut dès lors éprouver les valeurs obtenues pour notre groupe de 6 RR Lyrae (BH Peg étant écartée des calculs qui suivent) avec celles de la table 3.7.

Un calcul de la magnitude visuelle absolue moyenne pour le groupe des 6 RR Lyrae étudiées (sans tenir compte des erreurs qui affectent chaque valeur M_V) donne comme résultat:

$$\bar{M}_V = 0.72 \pm 0.31$$

Un même calcul avec les valeurs de la table 3.7 donne la valeur:

$$\bar{M}_V = 0.81 \pm 0.19$$

La comparaison des deux moyennes montre que nos déterminations sont compatibles avec la moyenne des déterminations des autres auteurs utilisant la même technique.

Il reste alors à vérifier les valeurs de M_V plus en détail, en fonction de la métallicité plus particulièrement, pour pouvoir ainsi discuter d'une possible corrélation entre la métallicité et la magnitude M_V . On se propose donc de réunir en figure 3.11 les déterminations de la magnitude visuelle absolue en fonction de la métallicité des 7 RR Lyrae analysées dans le cadre de ce diplôme

Groupe	Etoile	[Fe/H]	R_0	ΔR_0	D	ΔD	M_V	ΔM_V
BM(1)	DX Del	-0.4	5.5	0.2	750	45	0.49	0.16
BM(2)	RR Cet	-1.5	6.7	0.2	760	40	0.28	0.14
CCB	RV Phe	-1.5	5.04	0.1			0.77	0.20
CCB	V440 Sgr	-1.4	4.44	0.1			0.72	0.20
CCB	YZ Cap	-1.25	3.82	0.1			0.80	0.20
CCPB	SS For	-1.5	4.8	0.8			0.73	0.50
CCPB	SW And	-0.15	4.25	0.1			0.88	0.20
CCPB	SW Dra	-0.75	4.9	0.2			0.86	0.20
FSJBKH	SS Leo	-1.51	6.53		1395		0.29	0.18
FSJBKH	V445 Oph	-0.39	4.04		617		1.18	0.18
FSJBKH	VY Ser	-1.67	6.18		763		0.63	0.18
SFJLL	DX Del	-0.25	4.75	0.35	593		0.83	0.18
JCL	DH Peg	-0.8	3.73	0.46	479	17	0.89	0.18
JCL	RS Boo	-0.5	3.98	0.39	741	22	0.95	0.16
JCL	SW Dra	-0.8	4.89	0.37	836	23	0.78	0.15
JCL	TW Her	-0.5	4.16	0.37	1091	31	0.90	0.15
JCL	UU Vir	-0.7	4.6	0.37	859	24	0.82	0.15
JCL	VY Ser	-1.8	5.26	0.37	682	19	0.90	0.15
JCL	X Ari	-2.2	5.3	0.37	466	13	0.74	0.15
JCSL	SW And	-0.2	4.06				1.10	0.15
JCSL	DX Del	-0.2	5.07				0.68	0.15
LJ(1)	AR Per	-0.3	4.15		500		0.97	0.18
LJ(1)	AV Peg	0.0	3.8		651		1.20	0.14
LJ(1)	RR Cet	-1.25	5.02		587		0.78	0.15
LJ(1)	RR Gem	-0.2	4.05		1061		0.99	0.14
LJ(1)	RR Leo	-1.15	4.35		877		0.86	0.14
LJ(1)	RX Eri	-1.4	5.3		568		0.76	0.14
LJ(1)	SU Dra	-1.6	5.15		640		0.73	0.14
LJ(1)	SW And	-0.1	4.36		511		0.97	0.12
LJ(1)	T Sex	-1.2	4.05		667		0.76	0.15
LJ(1)	TT Lyn	-1.35	5.4		654		0.75	0.14
LJ(1)	TU Uma	-1.25	5		621		0.80	0.14
LJ(1)	TV Boo	-2.2	4.33		1149		0.68	0.16
LJ(1)	UU Vir	-0.4	4.35		913		0.98	0.14
LJ(2)	var. 15	-1.3	4.5		1733		0.89	0.18
LJ(2)	var. 2	-1.3	4.9		1733		0.85	0.18
LJ(2)	var. 32	-1.3	5.25		1733		0.76	0.18
LJ(2)	var. 33	-1.3	5.35		1733		0.71	0.18

Table 3.7: Valeurs de métallicité [Fe/H], rayon R_0 , distance D (avec le cas échéant leur erreur ΔR_0 , ΔD), la magnitude visuelle absolue M_V et l'erreur ΔM_V tirées de la littérature. BM(1) et BM(2): Burki et Meylan (1986b) et (1986a) respectivement; CCB: Cacciari et al. (1988b); CCPB: Cacciari et al. (1988a); FSJBKH: Fernley et al. (1990); SFJLL: Skillen et al. (1989); JCL: Jones et al. (1988); JCSL: Jones et al. (1992); LJ(1) et LJ(2): Liu et Janes (1990a) et (1990b) respectivement.

avec les déterminations des divers auteurs figurant dans la table 3.7. Les points correspondent aux valeurs de métallicité et de magnitude M_V donnés par les auteurs. Les barres d'erreur représentent les erreurs aléatoires données par ces mêmes auteurs.

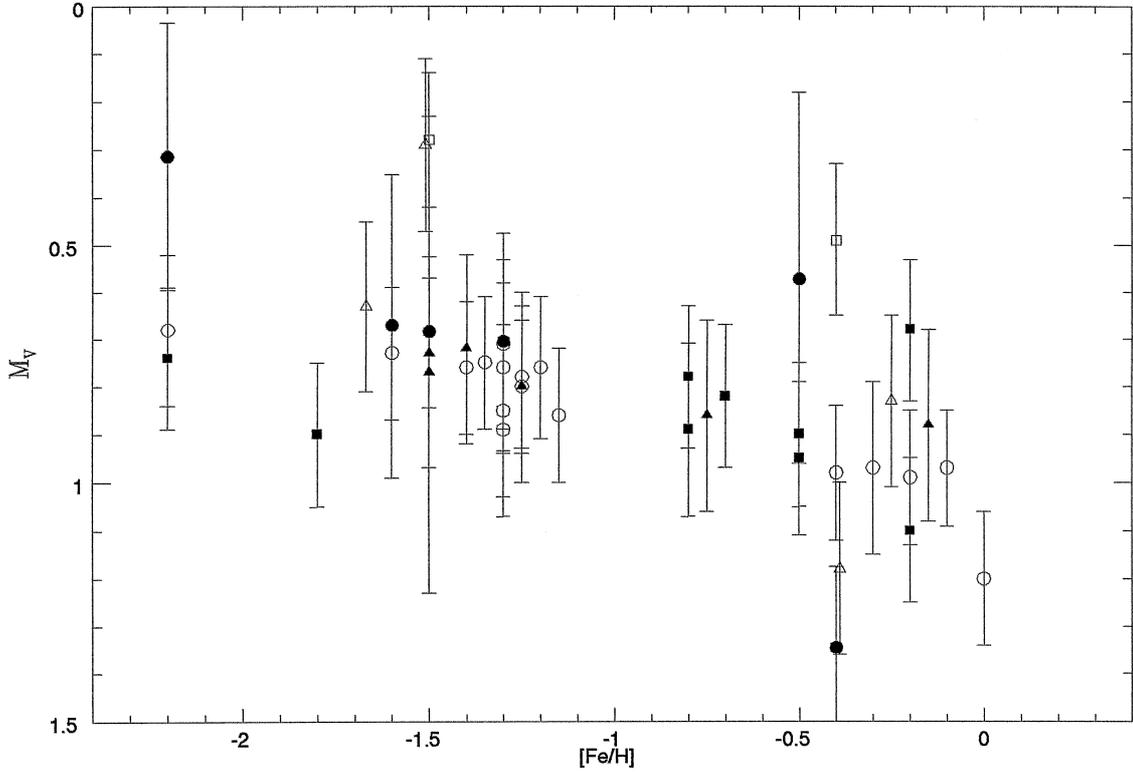


Figure 3.11: Comparaison de la magnitude visuelle absolue M_V en fonction de la métallicité $[Fe/H]$ de notre groupe de 7 RR Lyrae (ronds noirs sur la figure) avec les valeurs d'autres chercheurs de la table 3.7. BM: carrés blancs; CCB et CCPB: triangles noirs; FSJBKH et SFJLL: triangles blancs; JCL et JCSL: carrés noirs; LJ: ronds blancs.

On observe un "nuage" de valeurs pour $-1.8 \leq \chi \leq -1.1$ dans lequel les valeurs de SS Leo, RR Cet, RX Eri sont en excellent accord avec la plupart des valeurs des auteurs sur ces étoiles, mais aussi avec les déterminations d'étoiles proches en métallicité.

A métallicité plus faible, la comparaison avec X Ari s'effectue avec peu d'étoiles. On constate cependant un bon accord dans les intervalles d'erreur.

Pour les métallicités plus grandes, $-0.8 \leq \chi \leq 0.0$, UU Vir et DX Del, malgré leur métallicité proche l'une de l'autre, ne sont pas en accord entre elles, compte tenu des intervalles d'erreur. Ils représentent, en fait, des valeurs extrêmes de l'ensemble des points dans cet intervalle.

Constatons, avant de pouvoir statuer sur la confiance que l'on peut porter sur les valeurs de UU Vir et de DX Del, que la comparaison est faite avec un échantillon de 38 étoiles dont 17 proviennent d'un seul groupe: Liu et Janes. En isolant ces 17 mesures du reste (figure 3.12), on constate que les résultats de Liu et Janes sont remarquables.

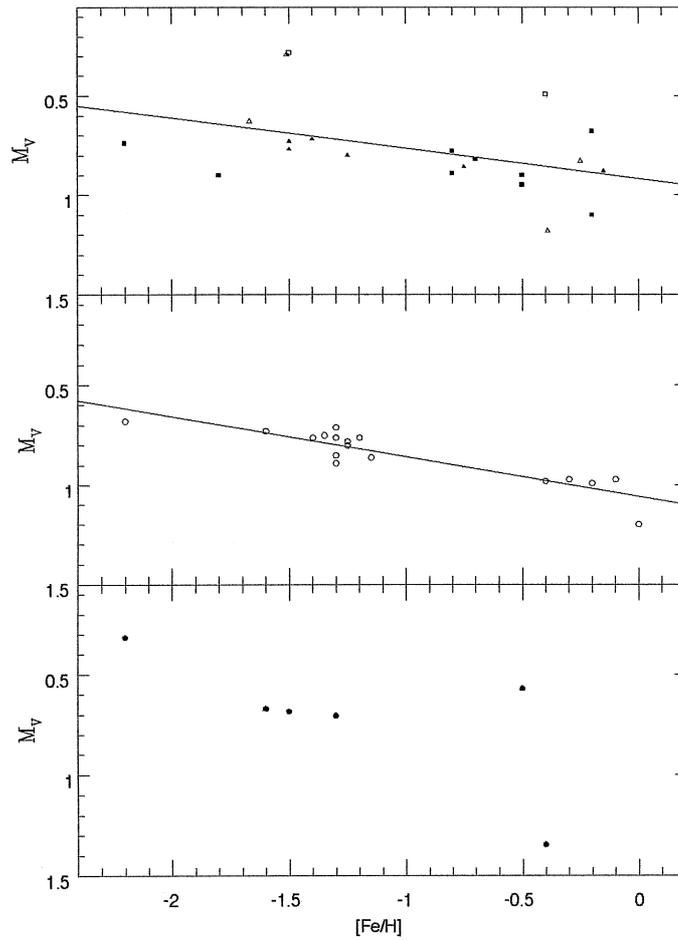


Figure 3.12: Le graphique du haut présente les valeurs de la table 3.7, sauf celles du groupe LJ qui sont présentées de manière isolées dans le graphique du milieu. Les droites reproduisent l'ajustement linéaire des points. Le graphique du bas présente les valeurs des RR Lyrae calculées dans le cadre du diplôme, à l'exclusion de BH Peg.

La corrélation entre la métallicité et la magnitude absolue M_V est évidente et la relation linéaire qu'on en tire a pour pente b et constante a :

$$b = 0.20 \pm 0.02$$

$$a = 1.06 \pm 0.01$$

L'écart-type résiduel est $\sigma = 0.06$. Plus spécifiquement, l'écart n'est pas plus grand que 0.15 dans l'intervalle $-0.8 \leq \chi \leq 0$. Or Sandage a montré que la branche horizontale des RR Lyrae dans le diagramme HR possède une dispersion intrinsèque en magnitude, c'est-à-dire une certaine largeur ΔV . Notamment, la comparaison des RR Lyrae dans différents amas globulaires de métallicités différentes montre que la dispersion existe et qu'elle dépend de la métallicité, comme on peut le constater sur la figure 3.13.

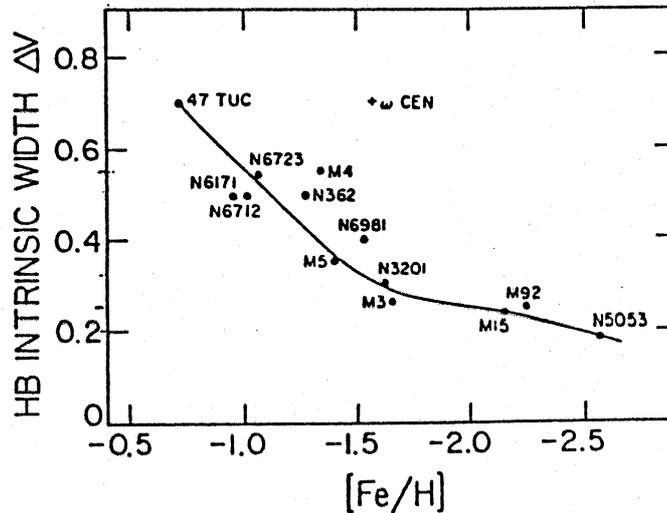


Figure 3.13: Graphique de Sandage (1989) de la largeur intrinsèque ΔV de la branche horizontale du diagramme HR en fonction de la métallicité.

La largeur ΔV en $\chi = -0.5$ dépasse 0.7 magnitude. Par conséquent, la petite dispersion constatée chez Liu et Janes n'est pas en accord avec le résultat de Sandage. On observe en particulier, dans la figure 3.13, que pour l'amas globulaire M4, $\Delta V \cong 0.55$, or les 4 RR Lyrae étudiées par Liu et Janes (mesures LJ(2) dans la table 3.7) ne montrent qu'une largeur de 0.2. On conclut que l'on doit relativiser la comparaison avec les déterminations de Liu et Janes, parce que probablement leur échantillon n'est pas représentatif de l'ensemble des RR Lyrae, et voir que nos valeurs pour DX Del et UU Vir restent compatibles avec les valeurs des autres auteurs. En outre, la différence en magnitude entre ces deux étoiles confirme la dispersion constatée par Sandage.

La compatibilité de nos mesures nous aide à tirer une relation linéaire à partir des mesures de M_V de la table 3.7. Pour ce faire, on moyenne les différentes déterminations de M_V et χ des auteurs, nos mesures incluses, pour chaque étoile de sorte à avoir qu'une seule mesure (moyenne)

par étoile.

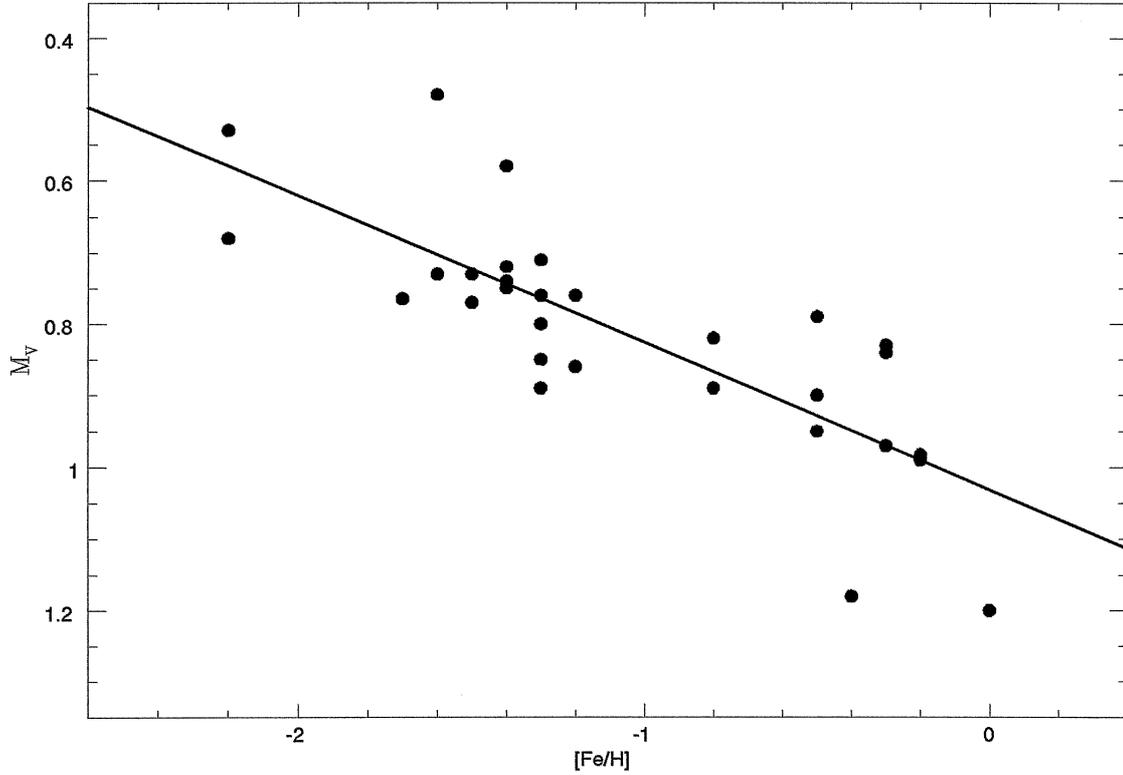


Figure 3.14: Corrélation entre la magnitude M_V et la métallicité obtenue à partir des mesures de M_V de la table 3.7 et celles de DX Del, RR Cet, RX Eri, SS Leo, UU Vir et X Ari que nous avons calculées. Chaque point représente une étoile différente.

La relation linéaire non pondérée que l'on déduit est dessinée en figure 3.14 et a pour expression

$$M_V = 0.21(\pm 0.03)[Fe/H] + 1.03(\pm 0.02) \quad (3.6)$$

Il est intéressant de comparer ces résultats avec ceux obtenus par des techniques différentes. Il est particulièrement intéressant de voir les résultats des paralaxes statistiques de Hawley et al. (1986). L'analyse de ces derniers utilise des mouvements propres provenant d'un survey en Chine et des vitesses radiales de Hawley et Barnes (1985). Ils ont obtenu

$$\bar{M}_V = 0.76 \pm 0.14$$

Ce résultat est en accord avec la technique de Baade-Wesselink. Cependant, ils n'ont pas trouvé de dépendance significative avec la métallicité.

Par contre, Sandage (1989) donne une relation de M_V avec la métallicité pour les RR Lyrae d'amas globulaires en se basant sur la technique des ajustements des séquences principales. Elle

s'exprime comme

$$M_V = 0.39[Fe/H] + 1.39$$

Un autre résultat de Sandage (1989) se basant sur l'équation de pulsation de van Albada et Baker (1967) donne comme relation:

$$M_V = 0.42[Fe/H] + 1.24$$

La relation que nous avons dérivée de la méthode de Baade-Wesselink a un grand poids dans cette comparaison, compte tenu qu'elle résulte des déterminations de quelques auteurs qui ont opéré de manière indépendante. Il est toutefois remarquable de constater que la relation entre métallicité et M_V n'est pas unique et qu'elle varie selon la technique appliquée. Un graphique de ces différentes relations donné en figure 3.15 le montre bien.

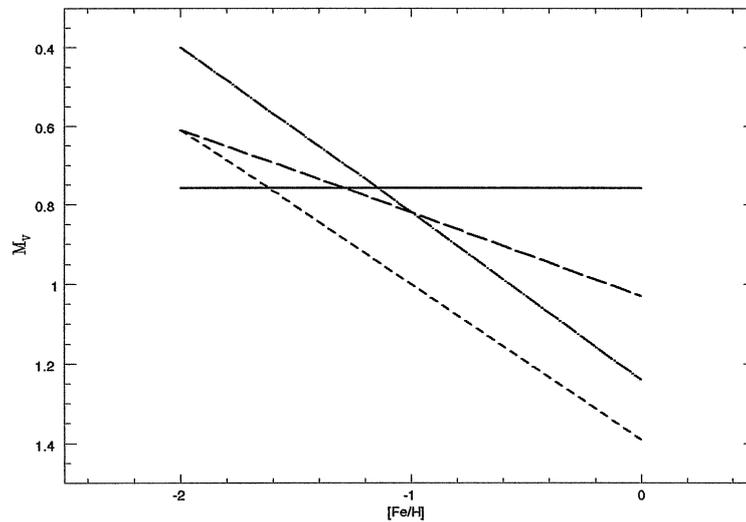


Figure 3.15: Comparaison de diverses relations de la magnitude M_V en fonction de la métallicité $[Fe/H]$ obtenues par différentes techniques. (Trait plein): parallaxe statistique, Hawley et al. (1986); (longs traitillés): Baade-Wesselink, résultat du travail de diplôme; (court traitillé): amas globulaires, Sandage (1989); (trait-point): équation de pulsation, Sandage (1989).

Chapitre 4

Conclusion

Nous avons pu déterminer le rayon R_0 et la distance D de 7 RR Lyrae avec la méthode de Baade-Wesselink dans la version développée par Burki et Meylan. La magnitude absolue M_V a été calculée à partir des mesures de la distance. Les résultats sont consignés dans la table 3.4. Les erreurs sont consignées dans la table 3.6. La comparaison avec d'autres déterminations de magnitude absolue M_V en fonction de la métallicité par divers auteurs a montré que les résultats que nous avons obtenus sont compatibles. L'exception à cela est l'étoile BH Peg dont la mesure de la distance (~ 1800 pc) ne correspond pas aux valeurs de la littérature (~ 800 pc). En conséquence, BH Peg apparaît trop lumineuse par rapport à l'échantillon de RR Lyrae de la table 3.7.

On a constaté que la principale source d'erreur dans les déterminations de la méthode de Baade-Wesselink est l'erreur statistique de la régression linéaire. Elle provient en partie de l'incertitude des mesures de vitesse radiale et en partie de la dispersion des mesures photométriques. Améliorer la résolution photométrique diminue sans conteste l'erreur sur les déterminations. Pour minimiser l'effet de la dispersion des mesures, l'utilisation des courbes d'ajustement (fit) est une solution que nous avons voulu exploiter. Nous avons utilisé, pour ce faire, des courbes en série de Fourier tronquée. On a malheureusement été confronté à des problèmes mathématiques inhérents à ce type d'ajustement. Ils ont été expliqués et constatés dans ce travail. On a donc préconisé de traiter directement les points de mesures en lieu et place des courbes d'ajustement. Cependant, il serait intéressant d'appliquer la méthode de Baade-Wesselink avec d'autres types de courbes d'ajustement comme par exemple un type polynomial. Dans la littérature, on observe même des ajustement qui consistent en une suite d'ajustements locaux à la courbe. Le choix de l'ajustement existe donc et offre encore la possibilité d'améliorer la méthode de Baade-Wesselink à condition qu'il n'introduise ni d'éléments subjectifs ni de biais mathématiques. En ce qui concerne la vitesse radiale, les mesures étant moins denses et moins homogènes en phase, les courbes d'ajustement sont entachées d'une erreur qui se traduit aussi en une incertitude statistique dans la régression linéaire. Cette incertitude peut cependant être minimisée par un apport plus grand de mesures homogènes en phase.

Une autre source d'erreurs importante est le facteur de conversion β . Nous avons supposé que ce facteur reste constant le long du cycle de pulsation. Il n'a pas été tenu compte d'une variation de β avec le cycle de pulsation. Or, ce facteur pourrait déformer la courbe de vitesse radiale de façon notable. Pour palier à cette incertitude, nous préconisons d'effectuer une spectroscopie

pie à haute résolution afin de déterminer le comportement de β . Elle pourrait, par la même occasion, déterminer les vitesses des turbulences dans l'atmosphère de l'étoile dont on ignore quantitativement l'influence sur la méthode de Baade-Wesselink.

Les deux sources d'erreurs que l'on vient d'évoquer sont toutes deux des erreurs de traitement de l'information. On peut admettre que les déterminations sur BH Peg souffrent plus que les 6 autres RR Lyrae de ces sources d'erreur. On voit qu'elle a la plus grande dispersion en mesures photométriques parmi nos 7 RR Lyrae. En outre, BH Peg est probablement affectée par un effet Blazhko. Toutefois, on n'exclut pas la possibilité que BH Peg soit réellement une étoile pulsante plus grande et plus lumineuse qu'une RR Lyrae typique.

En ayant appliqué la QSA (chapitre 2.4) pour déduire les paramètres nécessaires aux déterminations du rayon et de la distance des RR Lyrae, nous avons possiblement introduit une erreur. Cependant, d'une part, nous nous sommes convaincu, par la théorie, de la validité de ce procédé et, d'autre part, nous avons obtenu des résultats compatibles avec d'autres déterminations utilisant la méthode de Baade-Wesselink. On peut donc en déduire que le principe du QSA est valable (avec des précautions qui ont été mentionnées dans ce travail) et que les incertitudes introduites par les modèles de Kurucz restent petites.

Une source d'erreur qui est d'ordre physique existe et elle est non négligeable dans certains cas. Il s'agit du déphasage entre les courbes photométriques et leur courbes équivalentes spectroscopiques comme on a pu le constater dans ce travail. En fait, il ne s'agit apparemment pas d'un simple déphasage constant le long du cycle de pulsation, ce qui aurait permis de donner une explication simple du phénomène, mais plutôt d'un mécanisme plus complexe dans l'atmosphère de l'étoile. Le fait que cela est dû à des variations d'opacité de l'atmosphère en fonction du cycle de pulsation est une des suppositions valables. Cependant, ce déphasage reste encore mal expliqué et invite à trouver une solution dont une amélioration de la méthode de Baade-Wesselink peut dépendre.

Finalement, en se basant sur les 38 mesures de magnitude M_V de la table 3.7 et en utilisant nos 6 mesures de magnitude M_V des RR Lyrae qui sont compatibles, on a contribué à la détermination d'une corrélation linéaire en première approximation entre la magnitude M_V et la métallicité. Le résultat est donné à la fin du chapitre précédent. Cependant, on a remarqué que cette relation varie d'une technique à l'autre. Or, la détermination des distances galactiques via la magnitude intrinsèque des RR Lyrae est affectée d'une incertitude qui peut atteindre 13% dans le cas d'une surestimation de la luminosité de 0.3 magnitude. La disparité des résultats entre les diverses techniques, possiblement due à des erreurs systématiques attachées à chaque technique, est un problème qui montre que d'autres travaux, théoriques et observationnels, doivent encore être menés à bien pour établir de façon indubitable de quels paramètres dépend la luminosité des étoiles RR Lyrae.

Chapitre 5

Références

- Abt H. A. (*): 1959, *Astroph. J.* 130, 824.
- Andersen J., Clausen J. V., Magain P. (*): 1989, *Astron. Astroph.* 211, 346.
- Arfken G.: 1970, *Mathematical Methods for Physicists*, second ed., Academic Press, New York, p.656.
- Benz W., Mayor M.: 1981, *Astron. Astroph.* 93, 235.
- Benz W., Mayor M.: 1982, *Astron. Astroph.* 111, 224.
- Benz W., Stellingwerf R. F. (*): 1985, *Astroph. J.*
- Bevington P. R.: 1969, *Data Reduction and Error Analysis for the Physics Science*, McGraw-Hill Book Company, New York, p. 117.
- Burki G., Benz W.: 1982, *Astron. Astroph.* 115, 30.
- Burki G., Meylan G. (BM(2)):1986a, *Astron. Astroph.* 156, 131.
- Burki G., Meylan G. (BM(1)):1986b, *Astron. Astroph.* 159, 255.
- Cacciari C., Clementini G., Buser R. (CCB): 1988, *Space Telesc. Sc. Inst. preprints series 268*.
- Cacciari C., Clementini G., Prevot L., Buser R. (CCPB): 1988, *Space Telesc. Sc. Inst. preprints series 267*.
- Code A. D., Davis J., Bless R. E., Handbury-Brown R. (*): 1976, *Astroph. J.* 203, 417.
- Fernley J. A., Skillen I., Jameson R. F., Barnes T. G., Kilkenny D., Hill G. (FSJBKH): 1990, *Mon. Not. R. astr. Soc.* 241, 281.
- Gautschy A.: 1987, *Vistas in Astronomy* 30, 197.
- Golay M.: 1980, *Vistas in Astronomy* 24, 141.
- Habets G. M. H. J., Heintze J. R. W. (*): 1981, *Astron. Astroph. Suppl. Ser.* 46, 193.
- Hauk B. (*): 1985, in *Calibration of Fundamental Stellar Quantities*, IAU Symp. No 111, p. 271.
- Hawley S. L., Jeffreys W. H., Barnes III T. G., Wan Lai: 1986, 302, 626.
- Iben I. (*): 1972, "Stellar Ages – A Rough Review" in *L'âge des étoiles*, IAU Coll. 17, Cayrel de Strobel G. and Deplace A. M. Eds, Observatoire de Paris-Meudon.
- Hindsley R., Bell R. A. (*): 1986, *Publs astr. Soc. Pacif.* 98, 881.
- Jones R. V., Carney B. W., Latham D. W. (JCL): 1988, *Astron. Astroph.* 332, 206.
- Jones R. V., Carney R. L., Latham D. W., Kurucz R. L. (JCLK): 1987, *Astroph. J.* 312, 254.
- Jones R. V., Carney R. L., Storm J., Latham D. W. (JCSL): 1992, *Astroph. J.* 386, 646.
- Kobi D., North P.: 1990, *Astron. Astroph. Suppl. Ser.* 85, 999.
- Kudryashova L. A.: 1978, *Astronomicheskij Tsirkulyar* No 1012.
- Kurucz R. L.: 1979, *Astroph. J. Suppl. Ser.* 40, 1.

- Kurucz R. L.: 1991, New lines, new models, new colors in Precision photometry, *Astrophysics of the Galaxy*, Eds A. G. Davis Phillip, A. R. Upgren and K. A. Janes, L. Davis Press, Schenectady, p. 27.
- Kurucz R. L.: 1993, communication privée.
- Liu T., Janes K. A. (LJ1): 1990, *Astroph. J.* 354, 273.
- Liu T., Janes K. A.: 1990, *Astroph. J.* 360, 561.
- Maeder A., Meynet G (*): 1988, *Astron. Astroph. Suppl. Ser.* 76, 411.
- McDonald L. H. (*): 1977, Ph. D. thesis, University of California, Santa Cruz.
- Moon T. T., Dworetzky M. (*): 1985, *Mon. Not. R. astr. Soc.* 217, 305.
- Nicolet B. (*): 1981a *Astron. Astroph.* 97, 85.
- Nicolet B. (*): 1981b, *Astron. Astroph.* 104, 185.
- Nicolet B.: 1993, communication privée.
- Norris J.: 1986, *Astroph. J. Suppl. Ser.* 61, 667.
- Oke J. B., Giver L. P., Searle L. (*): 1962, *Astroph. J.* 136, 393.
- Perrin M. H., Heijlesen P. M., Cayrel de Strobel G., Cayrel R. (*): 1977, *Astron. Astroph.* 54, 779.
- Preston W. G., Shectman S. A., Beers T. C.: 1991, *Astroph. J.* 375, 121.
- Rufener F.: 1988, *Catalogue of Stars measured in the Geneva Observatory Photometric system*, 4ème ed., Observatoire de Genève, p. 4.
- Rufener F., Nicolet B.: 1988, *Astron. Astroph.* 206, 357.
- Sandage: 1989, *IAU Coll. No 111*, p.121.
- Sanford R. F. (*): 1928, *Astroph. J.* 67, 319.
- Sanford R. F. (*): 1949, *Astroph. J.* 109, 208.
- Skillen I., Fernley J. A., Jameson R. F., Lynas-Gray A. E., Longmore A. J.: 1989, *Mon. Not. astr. Soc.* 241, 281.
- Struve O. (*): 1947 *Pub. A. S. P.* 59, 192.
- Struve O., Blaauw A. (*): 1948, *Astroph. J.* 108, 60.
- van Albada T. S., Baker N. (*): 1971, *Astroph. J.* 169, 311.
- van Paradijs J. A. (*): 1971, *Astron. Astroph.* 11, 299.

Il y a deux types de référence. Le premier type ne porte pas d'astérisque (*) et englobe les références qui ont été consultées directement dans le cadre du travail de diplôme. Les références ayant un astérisque (*) sont des références non consultées, mais elles figurent en tant que source d'information mentionnée par certains auteurs du premier type de référence.

Je remercie M. Burki qui a dirigé mon travail de diplôme pour sa disponibilité et pour son approche pédagogique. Je remercie également M. Nicolet pour ses programmes en Fortran que j'ai utilisés. Je remercie, pour finir, M. Bartholdi pour ses explications concernant l'informatique et particulièrement le traitement de texte \LaTeX avec lequel j'ai rédigé mon travail de diplôme.

David Carrillo